

А. В. Геворкян, Е. А. Семенчин (Краснодар, КубГУ). **Об обратной задаче для источника примеси в ограниченной области.**

Краевая задача, описывающая рассеяние атмосферной примеси в области $D_t = \{D \times [0, T]\}$, $D = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq h\}$, имеет вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} + w \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \sigma \varphi = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_3 \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) + f(x, y, z, t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\varphi|_{t=0} = \varphi_0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{y=0} = f_1(x, z, t), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{y=b} = f_2(x, z, t), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{x=0} = f_3(y, z, t), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{x=a} = f_4(y, z, t), \quad (4)$$

$$\varphi|_{z=h} = f_5(x, y, t), \quad (5)$$

где $\varphi(x, y, z, t)$ — функция, значения которой совпадают со средними значениями концентрации загрязняющих веществ, u, v, w — компоненты вектора скорости в направлениях осей x, y, z , соответственно, σ — величина, характеризующая поглощение, распад загрязняющего вещества, μ_1, μ_2, μ_3 — коэффициенты турбулентной диффузии в направлении осей x, y и z , соответственно, $f(x, y, z, t)$ — функция, описывающая источник загрязняющего вещества, $f_1, \dots, f_5$ — заданные функции.

Будем предполагать, что источник является точечным. Тогда $f(x, y, z, t)$ имеет вид $f(x, y, z, t) = Q(t)\delta(x - x_0, y - y_0, z - z_0)$, где (x_0, y_0, z_0) — координаты источника, $Q(t)$ — его мощность.

Можно показать, что при определенных ограничениях на коэффициенты в (1) можно заменить $f(x, y, z, t)$ на $Q(t)$ и решение задачи (1)–(5) при этом не изменится.

В работе, представленной данным сообщением, изучается обратная задача: по заданным $u, v, w, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ и $\Phi(x_i, y_k, z_l, T)$, $\Phi(x_i, y_k, z_l, T - \tau)$ найти $Q(t)$ и восстановить координаты источника. Допускается, что источников может быть более одного.

Для решения указанной обратной задачи предлагается $Q(t)$ определять из соотношения:

$$Q(t) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_3 \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - \frac{\partial \varphi}{\partial t} - u \frac{\partial \varphi}{\partial x} - v \frac{\partial \varphi}{\partial y} - w \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (6)$$

производные в правой части (6) вычисляются методом регуляризации по Тихонову [1], координаты источника восстанавливаются согласно принципу: источник находится в той точке, в которой $Q(t)$ имеет локальный максимум.

Данная методика определения $Q(t)$ реализована на ЭВМ в виде программного продукта «Setka». Результаты расчетов показывают хорошее согласование численных расчетов значений $Q(t)$ с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ-Юг, проект № 06–01–96643.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.
2. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Наука, 1985.
3. Денисов А. М. Введение в теорию обратных задач. М.: Изд-во МГУ, 1994.