В. Е. З о т е е в (Самара, СамГТУ)**. Параметрическая идентификация динамических систем на основе стохастических разностных уравнений.**

Важнейшей задачей математического моделирования является параметрическая идентификация динамической системы по результатам измерений ее отклика на типовое тестовое воздействие. Один из перспективных подходов к решению этой задачи заключается в применении линейно параметрических дискретных моделей (ЛПДМ) в форме стохастических разностных уравнений, описывающих результаты наблюдений мгновенных значений реакции системы (например, импульсной или переходной характеристик) [1]. В общем случае такая модель может быть представлена следующим образом:

$$\begin{cases} y_k = \lambda_{q+1+k} + \varepsilon_k, \qquad k = 0, 1, \dots, p-1; \\ f_0(y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-p}) = \sum\limits_{i=1}^{q} \lambda_i f_i(y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-p}) \\ \qquad\qquad + \eta(\varepsilon_k, \varepsilon_{k-1}, \dots, \varepsilon_{k-p}), \qquad k = p, p+1, \dots, N-1. \end{cases}$$

Здесь $(p+1)$ — число используемых в модели последовательных результатов наблюдений y_k $(k = 0, 1, \dots, N-1)$, N — объем выборки наблюдений; q — порядок модели; ε_k — аддитивная случайная помеха в результатах наблюдений. Коэффициенты линейно параметрической дискретной модели λ_i $(i = 1, 2, \dots, p+q)$ известным образом связаны с оцениваемыми параметрами динамической системы, что позволяет свести задачу параметрической идентификации системы к среднеквадратичному оцениванию коэффициентов λ_i. Эквивалентное случайное возмущение $\eta_k = \eta(\varepsilon_k, \varepsilon_{k-1}, \dots, \varepsilon_{k-p})$ с точностью до членов второго порядка малости может быть описано в виде

$$\begin{cases} \eta_k = \varepsilon_k, \qquad k = 0, 1, \dots, p-1; \\ \eta_k = \sum\limits_{j=0}^{p} \frac{\partial f_0}{\partial y_{k-j}} \varepsilon_{k-j} - \sum\limits_{i=1}^{q} \lambda_i \sum\limits_{j=0}^{p} \frac{\partial f_i}{\partial y_{k-j}} \varepsilon_{k-j}, \qquad k = p, p+1, \dots, N-1. \end{cases}$$

Использование ЛПДМ в форме стохастических разностных уравнений позволяет свести задачу параметрической идентификации динамической системы к задаче прикладного линейного регрессионного анализа

$$\begin{cases} b = F\lambda + \eta, \\ \eta = P_\lambda \varepsilon. \end{cases}$$

Здесь матрица P_λ размера $N \times N$, описывающая линейное преобразование вектора случайной помехи в результатах наблюдений, может быть представлена в следующем виде $(j = 1, 2, \dots, N)$:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & j = i, \\ 0, & j \not\equiv i, \end{cases} \qquad \text{при} \quad i = 1, 2, \dots, p;$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{\partial f_0}{\partial y_{j-1}} - \sum\limits_{m=1}^{q} \lambda_m \frac{\partial f_m}{\partial y_{j-1}}, & j = i-p, i-p-1, \dots, i, \\ 0, & j \not\equiv i-p, i-p-1, \dots, i \end{cases}$$
$$\text{при} \quad i = p+1, p+2, \dots, N.$$

Применение итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов ЛПДМ на основе минимизации функционала

$$\|\varepsilon\|^2 = \|P_\lambda^{-1} b - P_\lambda^{-1} F \lambda\|^2 \to \min: \; \widehat{\lambda}^{(k)} = (F^{\mathrm{T}} \Omega_{\widehat{\lambda}^{(k-1)}} F)^{-1} F^{\mathrm{T}} \Omega_{\widehat{\lambda}^{(k-1)}} b,$$

где $\Omega_{\widehat{\lambda}} = (P_{\widehat{\lambda}}^{-1})^{\mathrm{T}}(P_{\widehat{\lambda}}^{-1})$ $(k = 0, 1, \ldots)$ позволяет практически устранить смещение в оценках $\widehat{\lambda}_i$ и тем самым добиться высокой точности вычислений параметров динамической системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *В.П., Зотеев В.Е.* Определение динамических характеристик механической системы на основе стохастических разностных уравнений колебаний. — Известия ВУЗов. Машиностроение, 2007, № 1, с. 3–10.