

К. А. Д р о з д е н к о (Самара, СамГТУ). **Динамическое программирование в стохастических задачах распределения ресурсов.**

Сформулирована задача распределения ресурсов в стохастических условиях с учетом ряда ограничений:

$$\begin{aligned} \max m &= \max \sum_{i \in I} m_i, & m_i &= \sum_{t=0}^{T-1} Z_t^* p(Z_t^*), \\ Z_t^*(S_{t-1}) &= \max_{X_i} \left\{ f_t(S_{t-1}, X_i) + Z_{t+1}^*(S_t) \right\}, \\ \sum_{t=0}^{T-1} p(Z_t^*) &= 1, & \sum_{i \in I} X_i &= C, \end{aligned}$$

где m — математическое ожидание эффекта (прибыли), подлежащее максимизации; m_i — математическое ожидание эффекта при распределении i -му процессу X_i ресурсов; t — момент времени ($0 \leq t \leq T - 1$); $Z_t^*(S_{t-1})$ — эффект в момент t при состоянии системы S_{t-1} ; $f_t(S_{t-1}, X_i)$ — эффект, получаемый при переходе системы из состояния S_{t-1} в S_t при управлении X_i ; $S_t = \varphi_t(S_{t-1}, X_i)$ — функция зависимости нового состояния системы от предыдущего при управлении X_i ; $p(Z_t^*)$ — вероятность получения эффекта в момент t ; C — общее количество ресурсов.

С помощью разработанного для данной задачи программного комплекса выявлены основные зависимости результатов расчета от таких стохастических параметров, как шаг дискретизации интервала ресурсов X_i , вид дискретного распределения функций эффектов $f_t(S_{t-1}, X_i)$ и число точек их спектра. Получено условие оптимальности расчета: если j — число уровней дискретизации ресурса, а k — число точек спектра распределения функций эффектов, то математическое ожидание суммарного эффекта $m = m_{jk}$ достигает оптимального значения m^* , когда параметры j и k стремятся к бесконечности.

Это условие означает, что, чем большее значение имеют параметры j и k , тем точнее результат расчета. Однако ввиду вычислительной сложности (число операций растет по экспоненте при увеличении любого из параметров j и k), было смоделировано поведение математического ожидания суммарного эффекта при больших значениях параметров. В результате установлено, что относительная разность между оптимальным m^* и приближенным значением m_{jk} при значении $j = 9$ и $k = 2$ не превышает 8–10% в зависимости от условий задачи.