

В. Д. Александров, Н. М. Иванов (Ростов-на-Дону, ФГУП ГКБ «Связь»). **Распределение суммы гауссовского и пуассоновского K -процессов.**

Плотность вероятности $W(z)$ суммы гауссовского и пуассоновского K -процесса с характеристической функцией $f(\lambda) = (1 + a_0^2 \lambda^2)^{-\gamma/2}$, $a_0 > 0$, $\gamma > 0$ [1] выражается формулой

$$W(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp\{-\lambda^2 \sigma^2/2\} \cos(\lambda z) d\lambda}{(1 + a_0^2 \lambda^2)^{\gamma/2}}. \quad (1)$$

Этот интеграл можно привести к виду

$$W(z) = \frac{(\sigma^2/2)^{(\gamma+1)/2} \exp\{\sigma^2/(2a_0^2)\}}{2\sqrt{\pi}a_0\Gamma(\gamma/2)} \int_0^\infty (t-1)^{\gamma/2-1} \exp\left\{-\frac{t\sigma^2}{2a_0^2} - \frac{a^2}{2\sigma^2 t}\right\} \frac{dt}{\sqrt{t}} \quad (2)$$

и выразить в виде ряда по неполным функциям Макдональда [2] либо по вырожденным гипергеометрическим функциям Трикоми Ψ [3].

В частном случае, $\gamma = 2$, неполная функция Макдональда выражается через комбинацию интегралов вероятности erf [3], при этом

$$W(z) = \frac{1}{4a_0} \exp\{\sigma^2/(2a_0^2)\} \left[2\text{ch}(z/a_0) - \exp\{-z/a_0\} \text{erf}\left(\frac{\sigma}{a_0\sqrt{2}} - \frac{z}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \exp\{z/a_0\} \text{erf}\left(\frac{\sigma}{a_0\sqrt{2}} + \frac{z}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]. \quad (3)$$

Моменты распределения (2) с учетом [3] имеют вид

$$m_{2n}\{z\} = \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{(2\sigma^2)^n}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\sigma^2}{2a_0^2}\right)^{\gamma/2} \Psi\left(\frac{\gamma}{2}, \frac{\gamma}{2} + n + 1, \frac{\sigma^2}{2a_0^2}\right) \quad (4)$$

либо

$$m_{2n}\{z\} = \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{(2\sigma^2)^n}{\sqrt{\pi}\Gamma(\gamma/2)} \sum_{p=0}^n C_n^p \Gamma\left(\frac{\gamma}{2} + 1\right) \left(\frac{2a_0^2}{\sigma^2}\right)^p. \quad (5)$$

В частности, $m_2\{z\} = \sigma^2 + \gamma a_0^2$, а эксцесс равен $\mathbf{E} x_N = m - 4/m_2^2 - 3 = 6\gamma a_0^4/(\sigma^2 + \gamma a_0^2) \geq 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров В. Д. Распределение мгновенных значений профильтрованного пуассоновского процесса с K -распределением огибающей. — В сб.: Радиоконтроль. В. 3. Ростов-на-Дону: ГКБ «Связь», 2000, с. 56–69.
2. Агрест М. М., Максимов М. З. Теория неполных цилиндрических функций. М.: Атомиздат, 1965.
3. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.: Наука, 1981.