

**В. М. Богданова** (Псков, ППИ). **Моделирование в среде Mathcad квадратичной системы с существенно вырожденной особой точкой.**

Рассмотрим динамическую систему

$$x' = y + ax^2 + bxy + cy^2, \quad y' = x^2 - m^2y^2, \quad (1)$$

где  $a, b, c, m \in \mathbf{R}$ .

При любых значениях параметров  $a, b, c, m$  система (1) имеет в начале координат двухсепаратрисное седло. Пусть параметры  $a, b, c, m$  такие, что в конечной части фазовой плоскости есть также седло и фокус, а на бесконечности — лишь одно состояние равновесия (узел). Тогда система (1) может иметь предельный цикл, рождающийся из сложного фокуса, и исчезающий через петлю сепаратрисы седла. В [1] получены достаточные условия отсутствия предельного цикла.

Была поставлена задача: дать графическое изображение сепаратрисного цикла и численными методами найти соответствующие параметры.

Если  $a = 0, b = 2m^2$ , то система (1) является консервативной. Если консервативная система имеет в конечной части плоскости центр и седло, то область центра ограничивает петля сепаратрисы седла. Любая петля касается прямой  $x = 2my$  в точке  $(-2m/(c - 2m^3); -1/(c - 2m^3))$ .

На рис. 1 представлен результат расчета при  $a = 0,688, b = 0, c = -2,172, m = 0,5$ . Пунктирной линией изображены траектории консервативных систем, имеющих с системой (1) общее седло или центр, совпадающий с фокусом. Сепаратрисный цикл (сплошная линия) касается прямой  $x = 2my$ . Точка касания совпадает с серединой отрезка между точками касания траекторий консервативных систем. Это свойство неоднократно имело место при проведении расчетов.

Для контроля вычислений были получены параметрические уравнения кривой  $\gamma$ , состоящей из точек перегиба траекторий:  $x = ky, \alpha(k)y^2 + \beta(k)y + 2k = 0$ , где  $\alpha(k)$  — в общем случае многочлен пятой степени,  $\beta(k)$  — многочлен четвертой степени. Кривая  $\gamma$  может иметь до десяти ветвей, уходящих в бесконечность.

На рис. 2 ( $a = 0,101, b = 0,124, c = -0,072, m = 0,3$ ) траектории системы (1) изображены сплошной линией, кривая  $\gamma$  — пунктирной. Расположение траекторий указывает на существование предельного цикла. При этом к предельному циклу подходят достаточно близко две сепаратрисы седла и сепаратриса двухсепаратрисного седла. В IV-й четверти сепаратриса, уходящая в бесконечность, практически сливается с кривой  $\gamma$ .

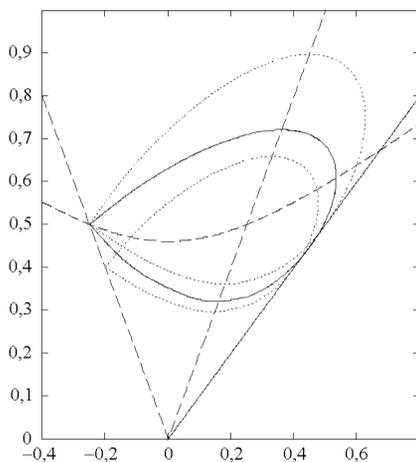


Рис. 1

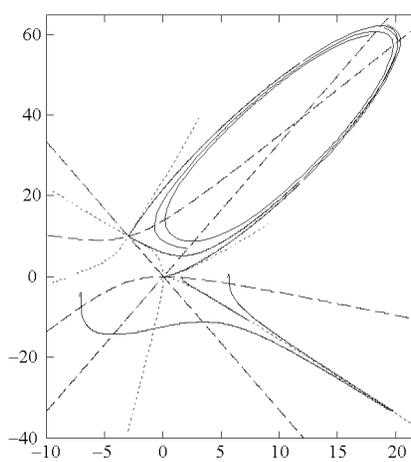


Рис. 2

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Богданова В.М.* О применении численных методов в качественном исследовании квадратичной системы с особой точкой типа двухсепаратрисное седло. — В сб.: Труды международной научно-методической конференции «Математика в вузе», 2006.