С. В. Е ф и м о в а (Самара, СГЭУ). **Об одной задаче для уравнения влагопереноса с параметром $a = 1$.**

Рассмотрим уравнение влагопереноса с параметром $a = 1$, т. е.

$$Lu = y^2 u_{xx} - u_{yy} + u_x = 0, \tag{1}$$

в области D, являющейся объединением двух характеристических треугольников: $\Delta ABC_1 = D_1$ с вершинами $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C_1(1/2,-1)$ и $\Delta ABC_2 = D_2$ с вершинами A, B, $C_2(1/2,1)$.

Введем следующие обозначения: $I = AB$, $\theta_0^{(1)}(x)$ и $\theta_0^{(2)}(x)$ — аффиксы точек пересечения характеристик уравнения (1), выходящих из точки $(x,0) \in I$, с характеристиками AC_1 и AC_2 соответственно, $(I_{0+}^{\alpha} f)(x)$ — дробный интеграл Римана–Лиувилля [1], $H^{\lambda}[0,1]$ — класс функций, удовлетворяющих на отрезке $[0,1]$ условию Гельдера порядка λ, где $0 < \lambda \leqslant 1$, $H_0^{\lambda}[0,1] = \{f(x) \in H^{\lambda}[0,1]\colon\ f(0) = f(1) = 0\}$.

Для уравнения (1) поставим следующую задачу.

З а д а ч а. Найти функцию $u(x,y)$ со свойствами:

1) $Lu \equiv 0$ в области $D_1 \cup D_2$;

2) $u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap C^1(\overline{D} \setminus I) \cap C^2(D \setminus I)$;

3) $u(x,-0) = u(x,+0)$ для каждого $x \in \overline{I}$, $\lim_{y\to 0-} u_y(x,y) = \lim_{y\to 0+} u_y(x,y)$, для каждого $x \in I$;

4) для любого $x \in I$

$$A_1(I_{0+}^{\alpha_1} u[\theta_0^{(1)}(t)])(x) + B_1(I_{0+}^{\alpha_1} u[t,-0])(x) + C_1(I_{0+}^{\alpha_1+1/2} \lim_{y\to 0-} u_y[t,y])(x) = g_1(x),$$

$$A_2(I_{0+}^{\alpha_2} u[\theta_0^{(2)}(t)])(x) + B_2(I_{0+}^{\alpha_2} u[t,+0])(x) + C_2(I_{0+}^{\alpha_2+1/2} \lim_{y\to 0+} u_y[t,y])(x) = g_2(x),$$

где $g_1(x)$, $g_2(x)$ — такие заданные функции, что $g_i(x) \in H_0^{\lambda_i}[0,1]$, $i = 1,2$, A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, α_1, α_2, λ_1, λ_2 — такие заданные константы, что $(A_1 + B_1)(A_2 + B_2)(2C_1 - \sqrt{\pi}A_1)(2C_2 + \sqrt{\pi}A_2) < 0$, $\alpha_i > 0$, $i = 1,2$, $\alpha_i + 1/2 < \lambda_i < 1$, $i = 1,2$, $2C_1(A_2 + B_2) - 2C_2(A_1 + B_1) - \sqrt{\pi}(A_1B_2 + 2A_1A_2 + A_2B_1) \neq 0$.

Доказано, что данная задача имеет единственное решение, причем оно получено в явном виде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987, 688 с.