А. В. Б о й к о в (Москва, ЗАО «Страхоавая компания «МСК-лайф»). **Элементарный пример бизнес-плана в рисковом страховании.**

Построение модели. Рассмотрим экономико-математическую модель бизнес-плана по рисковому страхованию. Будем считать, что компания может предложить на рынке N однотипных в смысле принимаемого на себя риска договоров страхования со страховой премией GP за один договор, произведя затраты $\Pi_1, \ldots, \Pi_N$ на изготовление и потенциальное сопровождение договоров в рамках планируемых бюджетных ограничений $\Pi_1 + \cdots + \Pi_N \leqslant \Pi$. В качестве функции спроса используем вероятность p покупки клиентом одного договора, которая, вообще говоря, зависит от GP. Пусть выплаты по k-му договору страхования описываются случайной величиной X_k, $\{X_k\}_{k=1}^{k=N}$ — неотрицательные независимые одинаково распределенные случайные величны. Финансовый результат по k-му договору ($k = 1, \ldots, N$) запишется в виде $S_k = \eta_k\,(GP - X_k) - \Pi_k$, $\{\eta_k\}$ — независимые бернуллиевские величины, $P\{\eta_k = 1\} = p$; финансовый результат по всем договорам

$$S = \sum_{k=1}^{N} S_k = \sum_{k=1}^{N} \eta_k\,(GP - X_k) - \Pi_k.$$

Вычислим вероятностные характеристики величин S_k:

$$\mathbf{E}\,S_k = p\,(GP - \mathbf{E}\,X_k) - \Pi_k, \quad \mathbf{D}\,S_k = \mathbf{D}\,\eta_k\,(GP - X_k) = p(1-p)(GP - \mathbf{E}\,X_k)^2 + p\,\mathbf{D}\,X_k.$$

Заметим, что случай $p = 1$, $\Pi_k = 0$ приводит к модели индивидуального риска (см. [1]). Далее вычислим отчетные характеристики бизнес-плана и установим для них ограничения:

ожидаемый доход $\mathbf{E} = \mathbf{E}\,S = Np(GP - EX_1) - (\Pi_1 + \cdots + \Pi_N) \geqslant \mu$;

надежность операций, когда с большой вероятностью собранных премий хватит как на оплату расходов, так и на страховые выплаты

$$\varphi = \mathbf{P}\,\{S \geqslant 0\} \approx \Phi\biggl(\frac{Np(GP - \mathbf{E}\,X_1) - (\Pi_1 + \cdots + \Pi_N)}{\sqrt{N(p(1-p)(GP - \mathbf{E}\,X_1)^2 + p\,\mathbf{D}\,X_1)}}\biggr) \geqslant 1 - \varepsilon.$$

В отличие от модели индивидуального риска, в данной модели увеличение брутто-премии за один договор, вообще говоря, не приводит к улучшению рассмотренных отчетных характеристик в силу корректировки объема продаж функцией спроса. При разумных ограничениях на Π_k в зависимости от N или функциональной независимости от N, увеличение количества полисов, как и в модели индивидуального риска, ведет как к увеличению ожидаемого дохода, так и к увеличению надежности операций. Это означает, что, исходя из бюджетных ограничений, страховая компания при прочих равных условиях естественным образом должна предложить максимальное количество полисов $N_{\max}$, при этом функция предложения окажется равной 0 за исключением точки GP.

Дальнейший анализ производится методом сценариев на основании выбора функции спроса.

Примеры.

П р и м е р 1. Пусть $p = (1 + GP/\mathbf{E}\,X_1)^{-\alpha}$, $\alpha > 0$. Функция спроса $p = p(GP)$ такого вида удовлетворяет следующим условиям: безразмерна; $0 < p(GP) \leqslant 1$; $p(0) = 1$ и монотонно убывает по GP до 0; эластичность спроса по цене равна $e = P'/(P\,GP) = -\alpha\,GP/(GP + \mathbf{E}\,X_1)$.

П р и м е р 2. Пусть $\Pi_1 = \cdots = \Pi_N = \beta$. Тогда в условиях примера 1 компания предлагает максимальное количество полисов $N_{\max} = \Pi/\beta$, ожидаемый доход

$$\mathbf{E}\,S = \frac{N(GP - \mathbf{E}\,X_1)}{(1 + GP/\mathbf{E}\,X_1)^{\alpha}} - \Pi$$

и при $\alpha > 1$ имеет максимум $2N_{\max}\mathbf{E}\,X_1(\alpha-1)^{-1}((\alpha-1)/(2\alpha))^{\alpha} - \Pi$ в точке $GP^* = ((\alpha+1)/(\alpha-1))\mathbf{E}\,X_1$.

П р и м е р 3. Пусть в примере 2 $X_k = SI$, где S — страховая сумма, $\mathbf{P}\{I = 1\} = q$, $\mathbf{P}\{I = 0\} = 1 - q$, что соответствует, например, страхованию от несчастных случаев. Ниже приведены расчетные показатели ожидаемого дохода и надежности для различных значений страховой премии для случая $S = 100000$, $q = 0,1\%$, $\Pi = 1000000$, $\Pi_1 = \cdots = \Pi_N = 10$:

Таблица. Показатели дохода и надежности в зависимости от объема продаж

$\alpha = 1$	GP	доход	надежность	GP	доход	надежность
1	110	-523809,52	22,379%	200	2333333,33	99,997%
2	120	-90909,09	44,634%	210	2548367,10	100,000%
3	130	304347,83	67,788%	220	2750000,00	100,000%
4	140	666666,67	84,926%	230	3939393,84	100,000%
5	150	1000000,00	94,315%	240	3117647,06	100,000%
6	160	1307692,31	98,255%	250	3285714,29	100,000%
7	170	1592592,59	99,558%	260	3444444,44	100,000%
8	180	1857142,86	99,906%	270	3594594,59	100,000%
9	190	2103448,28	99,983%	280	3736842,11	100,000%
10	200	2333333,33	99,997%	270	3444444,44	100,000%
$\alpha = 2$	GP	доход	надежность	GP	доход	надежность
1	110	-773242,63	5,212%	200	111111,11	63,057%
2	120	-586776,86	9,826%	210	144641,00	67,306%
3	130	-432892,25	15,960%	220	171875,00	70,881%
4	140	-305555,56	23,158%	230	193755,74	73,866%
5	150	-200000,00	30,847%	240	211072,66	76,343%
6	160	-112426,04	38,499%	250	224489,80	78,386%
7	170	-39780,52	45,722%	260	234567,90	80,063%
8	180	20408,16	52,279%	270	241782,32	81,430%
9	190	70154,58	58,062%	280	246537,40	82,534%
10	200	111111,11	63,057%	270	249178,17	83,414%

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бауэрс Н.*, *Гербер Х.*, *Джонс Д.*, *Несбитт С.*, *Хикман Дж.* Актуарная математика. М.: Янус-К, 2001.