

С. Ю. Рязанов (Самара, СамГТУ). **Принцип Джейнса в квалиметрии.**

Любая квалиметрическая оценка является статистической по своей природе. Причем она всегда осуществляется на основе неполной информации. Принцип максимальной энтропии Э. Т. Джейнса гласит: статистический вывод, сделанный на основе неполной информации, должен опираться на такое распределение вероятностей, которое имеет максимальную энтропию, допускаемую имеющейся априорной информацией.

Количественная оценка связи между априорной информацией о случайной величине и видом функции распределения $\rho(x)$, где под x понимается совокупность случайных параметров, производится следующим образом. Если о случайной величине нет никакой дополнительной информации, то условие максимума энтропии Шеннона вместе с требованием нормировки:

$$\sum_i p_i = 1 \quad (1)$$

дает оптимальное распределение $p_i = 1/n$, что вполне совпадает с качественными представлениями о неопределенности.

Пусть теперь известно среднее значение некоторой функции $f(x)$, являющейся оценкой качества исследуемого объекта. В этом случае задача поиска оптимального распределения формулируется следующим образом:

$$H \Rightarrow \max, \quad \sum_i p_i f(x_i) = E = \langle f(x) \rangle.$$

Ее решение имеет вид:

$$p_i = \exp \{-\lambda - \mu f(x_i)\}.$$

Отсюда, с учетом условия нормировки (1), получаем:

$$e^\lambda = \sum_i \exp \{-\mu f(x_i)\},$$

где λ и μ — неопределенные множители Лагранжа:

$$\langle f(x) \rangle = -\frac{\partial}{\partial \mu} \ln Z(\mu), \quad \lambda = \ln Z(\mu),$$

причем $Z(\mu) = \sum_i \exp \{-\mu f(x_i)\}$.

Для интегральной оценки состояния объекта достаточно рассмотреть задачу в приближении информационной энтропии. Будем рассматривать совокупность чисел p_i как случайную выборку из некоторой генеральной совокупности, которая характеризуется выборочным средним $\langle p \rangle = M^{-1} \sum_{i=1}^M p_i$ и несмещенной выборочной дисперсией $S^2(p) = (M-1)^{-1} \sum_{i=1}^M (p_i - \langle p \rangle)^2$. Для оценочных расчетов эти величины можно использовать, предполагая, что соответствующая непрерывная случайная величина p распределена по нормальному закону. В этом случае энтропия $H(p)$ равна:

$$H(p) \approx \ln \left[\sqrt{2\pi e S^2(p)} \right].$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аратский Д.Б., Леонтьев Е.А., Морозов О.А., Солдатов Е.А., Фидельман В.Р. Информационно-оптимальные методы в физике и обработке экспериментальных данных. — Монография. / Под ред. В. Р. Фидельмана. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1992, 146 с.