

Е. Г. Крюкова (Волгоград, ВолГУ). **Фрактальный процесс динамики финансовых индексов российского фондового рынка.**

Рассмотрим случайный процесс изменения ежедневных доходностей цен закрытия фондового индекса $h = (h_n)_{n \geq 1}$, $h_n = \ln(P_n/P_{n-1})$, $P = (P_n)_{n \geq 0}$ — цены закрытия фондового индекса, заданный на некотором вероятностном пространстве (Ω, F, \mathbf{P}) , как фрактальный процесс с показателем автомодельности Харста $0 < H < 1$.

Гипотеза эффективных рынков исходит из предположения, что движение рыночных цен подчиняется процессу случайного блуждания со сносом с независимыми и нормально распределенными приращениями. Это означает, что рассматриваемый процесс непредсказуем и инвесторы с различными инвестиционными горизонтами подвержены одинаковой степени риска. В данном случае под риском понимается отсутствие предсказуемого направления движения процесса. Однако, согласно работам Е. Е. Петерса [2, с. 43–44], А. Н. Ширяева [1, с. 75] «эта модель признана неадекватно отражающей реальные данные». Результаты исследования динамики фондовых индексов [1], [2] показывают, что распределение доходностей рыночных цен акций и фондовых индексов не является процессом с независимыми приращениями [1, с. 417], распределение доходностей не соответствует гауссовскому, а характеризуется более острыми вершинами и толстыми хвостами [1, с. 75], что говорит о процессе с «долгой памятью», генерируемом нелинейным стохастическим процессом [2, с. 26].

Поскольку стандартный корреляционный анализ временных рядов доходностей не позволяет выявить статистически значимой корреляции между наблюдениями [2], для обнаружения последствия процесса был использован R/S -анализ.

Согласно методике [1, с. 444], [2, с. 54] была выполнена оценка экспоненты Харста по статистическим данным цен закрытия индекса РТС с 27.12.2000 по 27.12.2006 г. на основании уравнений регрессии $\log(R/S)_n = \log a + H \log n$, где n — продолжительность периода наблюдений, дни; R — размах колебаний значений ежедневной доходности индекса РТС [2, с. 55]; S — стандартное отклонение доходности индекса РТС. Результаты расчетов для временных рядов продолжительностью 4–40 рабочих дней и 60–1460 рабочих дней представлены в табл. 1, 2.

Таблица 1. Оценка экспоненты Харста для временного ряда доходностей цен закрытия индекса РТС 4–40 дней

Серия	$\log \tilde{a}$	\tilde{H}	Коэффициент детерминации	Стандартная ошибка	F -статистика	P
27.12.2000	-0,2511	0,8732	0,9411	0,0790	124,0012	0,0098
27.03.2001	0,2872	0,4217	0,8792	0,0674	64,6650	0,0002
27.06.2001	-0,0665	0,8039	0,9705	0,0503	259,6585	0,2406
27.09.2001	-0,1455	0,7358	0,9576	0,0558	176,5473	0,0287

Таблица 2. Оценка экспоненты Харста для временного ряда доходностей цен закрытия индекса 60–1460 дней

Серия	$\log a$	H	Коэффициент детерминации	Стандартная ошибка	F -статистика	P
27.12.2000	0,1104	0,4996	0,9928	0,0337	343,0841	0,1264
27.03.2001	0,4156	0,4018	0,9872	0,0394	191,0349	0,0021
27.06.2001	0,5688	0,3544	0,9881	0,0333	206,7994	0,0002
27.09.2001	0,4575	0,4127	0,9702	0,0576	80,1874	0,0067

Представленные данные позволяют говорить о том, что динамика цен закрытия индекса РТС в исследуемом периоде не всегда подчиняется гипотезе случайного блуждания. Так, для короткого временного горизонта 4–40 дней экспонента Харста для

всех исследованных серий значимо отличается от значения 0,5. Для большинства серий значение экспоненты Харста лежит в диапазоне 0,73–0,87. Значение экспоненты Харста $H > 1/2$ свидетельствует о наличии сильной зависимости [1], [2]. Это подтверждается возможностью построения статистически значимых моделей авторегрессии доходности индекса РТС и ММВБ, удовлетворительно описывающих экспериментальные данные в исследуемом диапазоне значений. Например, модель авторегрессии доходности индекса ММВБ с 1 июля по 24 ноября 2006 г. со значимыми коэффициентами имеет вид

$$h_{2006} = 0,0016 + 0,3284 h_{2001} + 0,2124 h_{2003} - 0,2113 h_{2005}, \quad (1)$$

где $h_{2001}, \dots, h_{2006}$ — ежедневные доходности цен закрытия индекса ММВБ за соответствующие периоды указанного года.

	Beta	Std. Err.	B	Std. Err.	$t(98)$	p -level
Intercept			0,001646	0,000461	3,56887	0,000557
Var1	0,328404	0,097567	0,188049	0,055868	3,36593	0,001091
Var3	0,212459	0,097031	0,114794	0,052427	2,18960	0,030927
Var5	-0,211540	0,094798	-0,166762	0,074732	-2,23148	0,027928

Хотя коэффициент детерминации невысок, значения цен закрытия индекса ММВБ, рассчитанные по модели (1), удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными (см. рис.).

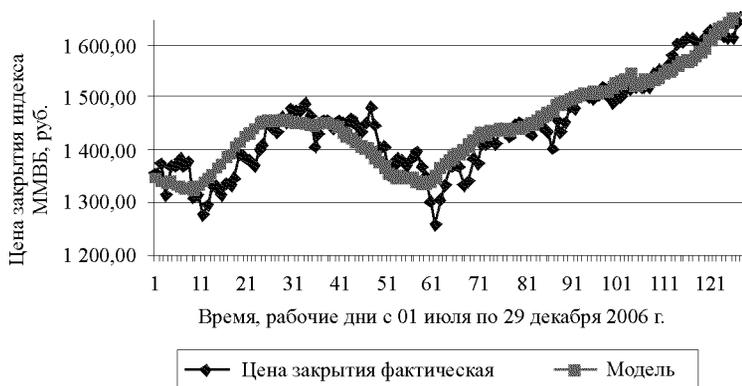


Рис. Расчетные и фактические значения индекса ММВБ по модели (1)

Для более долгосрочных периодов в 60–1460 рабочих дней исследуемый процесс соответствует случайному блужданию или имеет экспоненту Харста $H < 1/2$. Это означает, что исследуемая случайная величина покрывает меньшее расстояние, чем соответствующее случайному блужданию [2, с. 61].

Данные табл. 1 показывают также, что не все серии наблюдений характеризуются наличием статистически значимой зависимости. Однако в случае ее обнаружения допустимо предсказание процесса для короткого временного диапазона 4–40 дней. Представленные данные позволяют сделать вывод, что инвестиции короткого временного диапазона 4–40 рабочих дней отличаются меньшей рискованностью в смысле возможности предсказания результата инвестирования по сравнению с долгосрочными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. Факты, модели. М: Фазис, 512 с.
2. *Peters E. E.* Fractal market analysis. United Kindom: John Wiley & Sons, 1994, 315 p.