И. Н. Мастяева, **О. Е. Хрусталев** (Москва, МЭСИ). **Модель определения состава «ядра» интегрированной производственной структуры.**

Модель предназначена для оптимизации количества предприятий-исполнителей наукоемкого заказа. Исходной информацией для проведения процедуры оптимизации состава предприятий с целью выявления ядра является: перечень предприятий, из которого требуется сформировать ядро — вектор $\vec{p} = (p_1, \ldots, p_\nu, \ldots, p_n)$, $\nu = 1, \ldots, n$; показатели надежности каждого из предприятий $k_{n\nu}$, $\nu = 1, \ldots, n$, за интервал времени $[t_0, t_k]$; перечень технологических задач, которые должны быть решены — вектор $\vec{z} = (z_1, \ldots, z_\mu, \ldots, z_m)$, $\mu = 1, \ldots, m$.

Под технологическими задачами понимаются задания на проекты, которые должны быть выполнены предприятиями наукоемкого комплекса в течение планового периода.

В общем случае каждое предприятие может решать несколько технологических задач с различными уровнями эффективности, т. е. каждое ν-е предприятие характеризуется вектором признаков $\vec{W}_\nu = (W_{\nu 1}, \ldots, W_{\nu\mu}, \ldots, W_{\nu n})$ решения перечня технологических задач, причем

$$W_{\nu\mu} = \begin{cases} 0, & \text{если предприятие не решает } \mu\text{-ю задачу}, \\ 1, & \text{если предприятие решает } \mu\text{-ю задачу}. \end{cases}$$

Требуется разработать алгоритм, позволяющий отобрать минимальный список предприятий (ядро), которые решали бы весь перечень технологических задач.

На первом этапе определяются средневзвешенные за интервал времени $[t_0, t_k]$ значения показателя надежности. Это обусловлено тем, что условия функционирования предприятий в различные годы были разными, а также наличием, кроме аналитически полученных, показателей надежности прогнозных значений, степень доверия к которым несколько ниже, чем к полученным в результате анализа. С этой целью находится усредненная за интервал $[t_0, t_k]$ оценка показателя надежности $\widehat{k}_{n\nu}$. На втором этапе осуществляется непосредственно оптимизационная процедура.

Исходя из условий задачи, для заданных векторов $\vec{p}$ и $\vec{z}$ существует матрица признаков решения перечня технологических задач $(W_{\nu\mu})$, пример значений которой приведен в табл.

Таблица. Матрица признаков решения перечня технологических задач (пример)

$W_{\nu\mu}$	Задача 1	Задача 2	…	Задача μ	…	Задача m
Предприятие 1	1	0	…	1	…	0
Предприятие 2	1	0	…	1	…	1
…	…	…	…	…	…	…
Предприятие ν	0	0	…	1	…	1
…	…	…	…	…	…	…
Предприятие n	1	0	…	0	…	0

С целью решения всего перечня технологических задач $\vec{z}$ необходимо выполнение условия $\sum_{\nu=1}^{n} W_{\nu\mu} > 0$ для любого $\mu = 1, \ldots, m$.

Для осуществления процедуры оптимизации состава предприятий с целью определения ядра, способного решить весь перечень технологических задач в течение планового периода, необходимо удовлетворение следующим условиям:

$$\sum_{\nu=1}^{n} x_\nu k_{n\nu} \Big/ \sum_{\nu=1}^{n} x_\nu \to \max, \tag{1}$$

$$\sum_{\nu=1}^{n} W_{\nu\mu} > 0 \quad \text{для любого} \quad \mu = 1, \ldots, m. \tag{2}$$

В формуле (1) целочисленная переменная x_ν принимает значения

$$x_\nu = \begin{cases} 1, & \text{если } \nu\text{-е предприятие входит в состав «ядра»}, \\ 0, & \text{если } \nu\text{-е предприятие не входит в состав «ядра»}. \end{cases}$$

Процедуру минимизации состава предприятий с целью задачи (1)–(2) рассмотрим на следующем упрощенном примере. Допустим, что имеются предприятия $p1$, $p2$, $p3$, $p4$, значения показателя надежности которых, соответственно равны $k_{n1} = 0,9$; $k_{n2} = 0,8$; $k_{n3} = 0,81$; $k_{n4} = 0,92$. В результате своего функционирования предприятия решают технологические задачи $z1$, $z2$, $z3$, $z4$. Перечень решаемых каждым предприятием задач приведен в матрице:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} z1 & z2 & z3 & z4 \end{array} \\ \begin{array}{c} p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Необходимо минимизировать состав рассматриваемых предприятий с целью обязательного решения перечня задач $z1, z2, z3, z4$.

Исходя из ограничения (2), сформируем множество допустимых вариантов решения. Для решения задачи $z1$ в составе ядра необходимо наличие предприятия $p1$ или предприятия $p3$, т. е. необходимо выполнение логического условия: $p1 \cup p3$. Соответственно, для решения задачи $z2$ необходимо существование предприятия $p1$, для решения задачи $z3$ — предприятия $p3 \cup p4$, для решения задачи $z4$ — предприятия $p2$. Итак, формирование допустимых вариантов решения задачи производится, исходя из выполнения условия: $(p1 \cup p3) \cap p1 \cap (p3 \cup p4) \cap p2 = (p1 \cup p1 \cap p3) \cap (p2 \cap p3 \cup p2 \cap p4) = (p1 \cap p2 \cap p3) \cup (p1 \cap p2 \cap p4) \cup (p1 \cap p2 \cap p3 \cap p4)$. Следовательно, для решения рассматриваемого перечня технологических задач необходимо наличие {предприятия $p1$, предприятия $p2$, предприятия $p3$, предприятия $p4$} или {предприятия $p1$, предприятия $p2$, предприятия $p3$} или {предприятия $p1$, предприятия $p3$, предприятия $p4$}. То есть в состав множества допустимых решений входят варианты: $\{p1, p2, p3, p4\}_1$, $\{p1, p2, p3\}_2$, $\{p1, p2, p4\}_3$.

После оценки вариантов по критерию (1) в составе множества допустимых решений остаются варианты: $\{p1, p2, p3\}_2$, $\{p1, p2, p4\}_3$. Выбор из них наилучшего производится по критерию (1). Значение данного критерия для 2-го варианта равно: $(0,9 + 0,8 + 0,81)/3 = 0,83$, а для 3-го варианта $(0,9 + 0,8 + 0,92)/3 = 0,87$.

Таким образом, третий вариант состава предприятий является более предпочтительным и в состав ядра ОПК, решающего задачи $z1$, $z2$, $z3$, $z4$, следует включить предприятия $p1, p2, p4$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 07–06-12009офи.