

В. А. В о б л ы й (Москва, МГТУ). **Асимптотика числа помеченных 3-связных кубических графов.**

Обозначим q_n число помеченных 3-связных кубических графов с $2n$ вершинами. Вормальд [1] получил формулу

$$q_n = \frac{(2n)!}{3n2^n} r_n,$$

где $r_2 = 1$ и при $n > 2$ имеем рекуррентность

$$r_n = (3n - 2)(r_{n-1} + \sum_{k=2}^{n-2} r_k r_{n-k}).$$

Теорема. *При $n \rightarrow \infty$ верна асимптотика*

$$q_n = \frac{e^{-2}}{2\pi} (2n)! (n-1)! \left(\frac{3}{2}\right)^n (1 + o(1)).$$

Для доказательства вводится обыкновенная производящая функция $R(x)$ чисел r_n , для которой из рекуррентного соотношения выводится дифференциальное уравнение. Это уравнение является уравнением Абеля 2-го рода, решение которого в неявном виде дает выражение для $R(x)$. Затем так же, как в работе автора [5], для коэффициентов Райта с помощью теорем Бендера и Бендера–Ричмонда [2], [3] получается асимптотика для r_n при $n \rightarrow \infty$.

Пусть Q_n — число помеченных кубических графов с $2n$ вершинами. Рид [4, с. 209] нашел асимптотику при $n \rightarrow \infty$

$$Q_n = e^{-2} \frac{(6n)!}{(3n)! 288^n} (1 + o(1)).$$

Следствие. *Почти все помеченные кубические графы являются 3-связными.*

Доказательство получается сравнением асимптотики, полученной в теореме, и асимптотики Риды с помощью формулы Стирлинга для факториала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wormald N. C.* Enumeration of labelled graphs II: Cubic graphs with given connectivity. — J. London Math. Soc., 1979, v. 20, № 2, p. 1–7.
2. *Bender E. A.* An asymptotic expansion for the coefficients of some formal power series. — J. London Math. Soc., 1975, v. 9, № 2, p. 451–458.
3. *Bender E. A.* An asymptotic expansion for the coefficients of some formal power series. — Discrete Math., 1984, v. 50, № 2/3, p. 135–141.
4. *Харари Ф., Палмер Э.* Перечисление графов. М.: Мир, 1979.
5. *Воблый В. А.* О коэффициентах Райта и Степанова–Райта. — Матем. заметки, ????, т. 42, в. 6, с. 854–862.