

А. В. Г о л ь ц е в (Ростов-на-Дону, РГУПС). **Оптимальная адаптивная фильтрация параметров сигнала акустической эмиссии при диагностировании трибосопряжений.**

При диагностировании узлов трения машин и механизмов методом акустической эмиссии [1] информационный векторный сигнал X на входе датчика, согласно кинетической концепции прочности [2], описывается системой уравнений, которую в векторном виде можно записать следующим образом: $\dot{X} = S_0(X) + S(X)W(t)$, где $S_0(X)$, $S(X)$ — векторы компонентов уравнений модели; $W(t)$ — идентифицируемый параметр (плотность вероятности времени разрушения одной ячейки материала при трении [2], позволяющая определить долговечность истираемого твердого тела).

В то же время, наблюдаемый сигнал на выходе датчика является стохастическим: $Z = CX + \eta$, где C — вектор-строка весовых коэффициентов при компонентах вектора X , входящих в уравнение наблюдения; η — белый гауссов шум с интенсивностью Q и нулевым средним.

Используем линейный фильтр Калмана–Бьюси (ФКБ) [3] для оценки вектора состояния процесса $\tilde{X}$:

$$\dot{\tilde{X}} = S_0(\tilde{X}) + S(\tilde{X})X + RC^TQ^{-1}[Z - C\tilde{X}] = G_1 + SW,$$

$$\dot{R} = \left[\frac{\partial S_0(\tilde{X})}{\partial X} + \frac{\partial S(\tilde{X})}{\partial X}W \right]R + R \left[\frac{\partial S^T(\tilde{X})}{\partial x}W + \frac{\partial S_0(\tilde{X})}{\partial x} \right] - RC^TQ^{-1}CR = G_2 + G_3W,$$

где R — корреляционная матрица, определяемая из уравнения Риккати [3].

Перейдем к расширенному вектору оценок $Y = (\tilde{X}, R^{(\nu)})^T$, где (ν) — операция формирования вектора из столбцов исходной матрицы. Тогда

$$\dot{Y} = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2^{(\nu)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S \\ G_3^{(\nu)} \end{pmatrix} W = G_0 + GW. \quad (1)$$

Далее записываем уравнения ФКБ для апостериорного математического ожидания вектора ошибки оценивания $\sigma = X - \tilde{X}$:

$$\dot{\tilde{\sigma}} = \frac{\partial S(\tilde{X})}{\partial X}\tilde{\sigma}W + \frac{\partial S_0(\tilde{X})}{\partial X}\tilde{\sigma} - RC^TQ^{-1}Z_1 + PC^TQ^{-1}[Z_1 - C\tilde{\sigma}] = S_2 + S_1W,$$

$$\dot{P} = \left[\frac{\partial S(\tilde{X})}{\partial X}W + \frac{\partial S_0(\tilde{X})}{\partial X} \right]P + P \left[\frac{\partial S^T(\tilde{X})}{\partial X}W + \frac{\partial S_0^T(\tilde{X})}{\partial X} \right] - PC^TQ^{-1}CP = S_3 + S_4W,$$

где P — апостериорная ковариационная матрица ошибки оценки; $Z_1 = Z - C\tilde{X} = C\sigma + \eta$. Отсюда формируем расширенный вектор ошибки оценки $\xi = (\tilde{\sigma}, P^{(\nu)})^T$, для которого

$$\dot{\xi} = \begin{pmatrix} S_2 \\ S_3^{(\nu)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_1 \\ S_4^{(\nu)} \end{pmatrix} W = B_0 + BW. \quad (2)$$

Для решения задачи идентификации параметра $W(t)$ методом оптимальной адаптивной фильтрации необходимо, чтобы этот параметр доставлял оптимум некоторому заданному обобщенному вероятностному функционалу J , зависящему от апостериорной плотности вероятности (АПВ) состояния процесса $\rho(\sigma, t | Y)$ на интервале времени $[t_0, t_k]$. При этом процесс должен обладать минимальной «энергетикой». Поэтому минимизируемый функционал запишем так:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} \left(1 - \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} \tilde{\rho} d\sigma \right) dt + \int_{t_0}^{t_k} W^2(t) dt,$$

где $\tilde{\rho}$ — аппроксимированная многомерная нормальная АПВ ошибки; $\sigma_{\min}$, $\sigma_{\max}$ — соответственно, нижняя и верхняя граница области допустимых значений ошибки параметров вектора X .

Записывая гамильтониан H^* для рассматриваемого функционала и дифференцируя его по W , из условия стационарности $dH^*/dW = 0$ получим

$$W = -\frac{1}{2}\lambda^T \begin{pmatrix} G \\ B \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где λ — вектор сопряженных переменных [3], для которого

$$\dot{\lambda}(t) = -\left[\frac{\partial H^*}{\partial Y} : \frac{\partial H^*}{\partial \xi} \right]^T. \quad (4)$$

Подставляя выражение (3) в исходную систему оценок (1), (2) и сопряженных уравнений (4), получим систему:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{Y} \\ \dot{\xi} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} G_0 \\ B_0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} G \\ B \end{pmatrix} \lambda^T \begin{pmatrix} G \\ B \end{pmatrix}, \\ \dot{\lambda}(t) &= \begin{pmatrix} 0 \\ \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} \frac{\partial \rho}{\partial \xi} d\sigma \end{pmatrix} - \lambda^T \left[\begin{pmatrix} \frac{\partial G_0}{\partial Y} & 0 \\ \frac{\partial B_0}{\partial Y} & \frac{\partial B_0}{\partial \xi} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \lambda^T \begin{pmatrix} G \\ B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial G}{\partial Y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial B}{\partial \xi} \end{pmatrix} \right], \\ \lambda(t_k) &= 0, \quad Y(t_0) = Y_0, \quad \xi(t_0) = \xi_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Интегрирование системы (5) на ЭВМ, являющееся решением двухточечной краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, полностью исчерпывает теоретическое решение поставленной задачи идентификации параметра $W(t)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свириденко А. И., Мышкин Н. К., Калмыкова Т. Ф., Холодилов О. В. Акустические и электрические методы в триботехнике. / Под ред. В. А. Белого. — В кн.: Наука и техника. Мн: 1987, 280 с.
2. Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974, 560 с.
3. Справочник по теории автоматического управления. / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987, 712 с.