

Е. А. Семенчин, А. С. Урсова (Карачаевск, КЧГУ). **Сведение обратной задачи в математической модели мировой торговли к задаче квадратичного программирования.**

Математическая модель сбалансированной мировой торговли между n странами имеет вид [1]:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = x_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где x_i — национальный доход i -й страны, $i = 1, \dots, n$, a_{ij} — доля (часть) национального дохода, которую j -я страна тратит на закупку товаров в i -й стране.

Очевидно, $x_i \geq 0$, $a_{ij} \geq 0$, $i, j = 1, \dots, n$. Кроме того,

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Условие (2) показывает ту часть национального дохода j -й страны, которая тратится (уходит) на внешнюю торговлю с другими странами.

Согласно [1], модель (1) позволяет по заданным a_{ij} определять x_i , $i = 1, \dots, n$.

В работе, представленной данным сообщением, изучается обратная задача сбалансированной торговли в мировой экономике: по заданным $x_i \geq 0$, $i = 1, \dots, n$, определить a_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$, удовлетворяющие условию (2).

Система (1) является недоопределенной системой (для n уравнений имеем n^2 неизвестных a_{ij}). Будем искать решение по методу наименьших квадратов [2]. Для удобства перепишем уравнение (1) в матричном виде:

$$Ax = x, \quad (3)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)$, $A = (a_{ij})$, $i, j = 1, \dots, n$.

Тогда рассматриваемая обратная задача сводится к следующей: по заданному вектору x найти матрицу A с неотрицательными элементами, удовлетворяющими условию (2), которая доставляет минимум $|(E - A)x|^2$, т. е. к задаче квадратичного программирования

$$|(E - A)x|^2 \rightarrow \min, \quad A \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Задачу (4) можно переписать в развернутом виде. Она может быть легко решена с помощью современных компьютерных технологий, например, средствами Microsoft Excel.

П р и м е р. Валовой региональный продукт за 2003 г. в Кабардино-Балкарии составил 27003,8 млрд. руб., в Карачаево-Черкессии — 11885,5 млрд. руб., т. е. $X = (x_1, x_2) = (27003,8; 11885,5)$.

Требуется определить долю национального дохода a_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$, которую одна республика должна тратить на покупку товаров у другой республики, чтобы торговля между ними была сбалансированной.

Согласно данным, приведенным в условиях примера, (4) в развернутом виде есть

$$(27003,8 a_{11} + 11885,5 a_{12} - 27003,8)^2 + (27003,8 a_{21} + 11885,5 a_{22} - 11885,5)^2 \rightarrow \min,$$

$$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \geq 0, \quad a_{11} + a_{21} \leq 1, \quad a_{12} + a_{22} \leq 1.$$

Средствами Microsoft Excel находим:

$$a_{11} = 0,735, \quad a_{12} = 0,603, \quad a_{21} = 0,265, \quad a_{22} = 0,397.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Высшая математика для экономистов / Под ред. Н. Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007, 479 с.
2. *Сизиков В. С.* Математические методы обработки результатов измерений. Спб: Политехника, 2001, 240 с.