

**А. Г. А с и я н о в а** (Ставрополь, СевКавГТУ). **Решение одной задачи нестационарной фильтрации в области с подвижной границей.**

Рассмотрим процесс формирования фильтрационного потока из канала в окружающее пористое пространство, учитывая только горизонтальные перетоки. Пусть декартова прямоугольная система координат совпадает с водонепроницаемым водопором и расположена так, что начало координат находится в точке пересечения оси, на которой лежит боковая стенка канала, с поверхностью непроницаемых пород. Тогда динамика грунтовых вод в точке  $M(x, y)$ , лежащей на депрессионной кривой, в произвольный момент времени  $t$  описывается [1] нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных параболического типа

$$\sigma \frac{\partial h}{\partial t} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] + \omega(x, y, t), \quad (1)$$

где  $k = k(x, y)$  — коэффициент фильтрации,  $\sigma$  — водоотдача или недостаток насыщения;  $\omega(x, y, t)$  — интенсивность питания потока грунтовых вод.

В случае одномерной фильтрации для существенно нелинейного уравнения (1) в работе, представленной данным сообщением, предложен метод линеаризации [2], который позволил свести его к линейному дифференциальному уравнению в частных производных параболического типа

$$\sigma \frac{\partial h}{\partial t} = a \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \beta h \quad (2)$$

и связанному с ним нелокальному краевому условию

$$h_{cp} = \frac{1}{l} \int_0^l h(x, t) dx = \frac{a\sigma}{k} = \text{const}. \quad (3)$$

Здесь  $a = kh_{cp}/\sigma$  — коэффициент урвннепроводности;  $\beta = k_0/(\sigma_0\sigma)$  — величина глубинного водообмена;  $k_0$  и  $\sigma_0$  — соответственно, коэффициент фильтрации и недостаток насыщения (водоотдача) глубинного слоя, питающего пласт.

Пусть в начальный момент времени уровень грунтовых вод соответствует естественному, т. е.

$$h(x, 0) = h_e(x). \quad (4)$$

Учет сопротивления подстилающей пористой породы у основания канала дает краевое условие вида

$$\frac{\partial h(0, t)}{\partial x} - \alpha h(0, t) = 0, \quad (5)$$

где  $\alpha$  — коэффициент сопротивления пористой среды.

Для линеаризованного уравнения (2) с нелокальным условием (3) рассмотрена начально-краевая задача: найти кривую  $h = h(x, t)$ , являющуюся частью границы области течения  $D: \{(x, t) | 0 \leq x \leq \infty, t > 0\}$ , удовлетворяющей уравнению (2) и начально-краевым условиям (4)–(5). Ее решение найдено с помощью подстановки

$$h(x, t) = \beta \int_0^t e^{-\beta\tau} h^0(x, \tau) d\tau + h^0(x, t)e^{-\beta t},$$

где  $h^0(x, t)$  — решение однородного уравнения, соответствующего уравнению (2), найденное методом операционного исчисления в виде

$$h^0(x, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \left( \exp \left\{ -\frac{(x-\xi)^2}{4at} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(x+\xi)^2}{4at} \right\} \right) - \frac{\alpha e^{\alpha\xi}}{\sqrt{\pi at}} \int_{-\infty}^\infty \exp \left\{ -\frac{(x-s)^2}{4at} \right\} e^{\alpha s} ds \right] h_e(\xi) d\xi.$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аверьянов С. Ф.* Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод. М.: Колос, 1982.
2. *Сербина Л. И.* Нелокальные математические модели процессов переноса в системах с фрактальной структурой. Нальчик: Изд-во КБНЦ РАН, 2002.