В. И. М а с о л, С. Я. С л о б о д я н (Киев, КНУ). **Нормальное предельное распределение числа решений с ограничениями системы нелинейных случайных уравнений в поле** GF(2).

Рассмотрим в поле GF(2) систему нелинейных уравнений

$$\sum_{k=1}^{g_i(n)} \sum_{1\leqslant j_1<\cdots<j_k\leqslant n} a^{(i)}_{j_1\ldots j_k} x_{j_1}\cdots x_{j_k} = b_i, \qquad i=1,\ldots,N, \tag{1}$$

удовлетворяющую следующему условию (А).

1) Коэффициенты $a^{(i)}_{j_1\ldots j_k}$ $(1\leqslant j_1<\cdots<j_k\leqslant n,\ k=1,\ldots,g_i(n),\ i=1,\ldots,N)$ — независимые случайные величины с распределением $\mathbf{P}\{a^{(i)}_{j_1\cdots j_k}=1\}=p_{ik}=1-\mathbf{P}\{a^{(i)}_{j_1\cdots j_k}=0\}$.

2) Элементы b_i $(i=1,\ldots,N)$ представляют собою результат подстановки в левую часть системы (1) фиксированного n-мерного вектора $\overline{x}^0$, имеющего $\rho(n)$ компонент, равных единице.

3) Функция $g_i(n)$ $(i=1,\ldots,N)$ — неслучайная, $g_i(n)\in\{2,\ldots,n\}$ $(i=1,\ldots,N)$.

Обозначим $M(\overline{x}^0,f(n))$ совокупность всех не совпадающих с $\overline{x}^0$ n-мерных $(0,1)$-векторов $\overline{x}$ с числом $|\overline{x}|$ ненулевых компонент, которое удовлетворяет неравенству $|\overline{x}|\geqslant f(n)$, $f(n)\in\{0,1,2,\ldots,n\}$. Обозначим ν_n число всех решений $\overline{x}$, $\overline{x}\in M(\overline{x}^0,f(n))$, системы (1).

В работах [1], [2] найдены условия, при которых случайная величина ν_n при подходящем центрировании и нормировании имеет нормальное распределение при $n\to\infty$. В частности, предполагается, что $f(n)=0$, и либо $\rho(n)\to\infty$ $(n\to\infty)$ [1], либо без указания на зависимость функции $\rho(n)$ от n, но при наявности с положительной вероятностью линейной части в системе (1) [2].

В докладе рассматриваются теоремы, в которых $n-\rho(n)\to\infty$ $(n\to\infty)$ и функция $f(n)$ зависит от n.

Положим $m=n-N$, $E(\lambda)=2^m$, где $E(\cdot)$ — функция Антье.

Теорема 1. *Пусть выполняются условия* (*A*), *при* $n\to\infty$: $\lambda=(\upsilon(1+\alpha+\omega))^{-1}\log_2[(n-\rho(n))/(f(n)\ln n)]$, $\upsilon=\upsilon(n)\geqslant 2$, $\alpha=\alpha(n)$, $\omega=\omega(n)$, $\alpha>\exp\{1+1/\alpha\}$, $\lambda\to\infty$, $\omega\sqrt{\lambda}\to\infty$; *для произвольного* i $(i=1,\ldots,N)$ *существует такое число* t, $t\in T_i$, *что при достаточно больших* n

$$T_i\subseteq\{2,\ldots,g_i(n)\}\cap\{2,\ldots,\varepsilon f(n)\},\quad T_i\neq\{\varnothing\},\quad 0<\varepsilon<1,$$

$$\frac12-\delta_{it}\leqslant p_{it}\leqslant\frac12+\delta_{it},\qquad i=1,\ldots,N,\quad t\in T_i,$$

$$(2+(1+\alpha+\omega)\ln 2)\lambda-\frac{\ln\lambda}{2}+\ln\left(\sum_{i=1}^{N}\prod_{t\in T_i}\delta_{it}\right)\to-\infty\qquad(n\to\infty).$$

Тогда функция распределения случайной величины $(\nu_n-\lambda)/\sqrt{\lambda}$ *стремится к стандартной нормальной функции распределения.*

Теорема 2. *Пусть выполняются условия* (*A*), *при* $n\to\infty$: $\lambda=(\upsilon(1+\alpha+\omega))^{-1}\log_2[(n-\rho(n))/(f(n)\ln n)]$, $\upsilon=\upsilon(n)>2$, $\alpha=\alpha(n)$, $\omega=\omega(n)$, $\alpha>\exp\{1+1/\alpha\}$, $\lambda\to\infty$, $\omega\sqrt{\lambda}\to\infty$; *для произвольного* i $(i=1,\ldots,N)$ *существует такое множество* T_i, *что при достаточно больших* n

$$T_i\subseteq\{2,\ldots,g_i(n)\},\quad T_i\neq\{\varnothing\};\quad \delta_{it}(n)\leqslant p_{it}\leqslant 1-\delta_{it}(n),\qquad t\in T_i,$$

$$(2+(1+\alpha+\omega)\ln 2)\lambda-\frac{\ln\lambda}{2}+\ln\left(\sum_{i=1}^{N}B_n(i)\right)\to-\infty\qquad(n\to\infty),$$

где $B_n(i) = \exp\{-2\sum_{t\in T_i} \delta_{it}(n) C_{f(n)-1}^{t-1}\}$.

Тогда функция распределения случайной величины $(\nu_n - \lambda)/\sqrt{\lambda}$ *стремится к стандартной нормальной функции распределения.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Masol V. I.*, *Slobodyan S. Ya.* On the asymptotic normality of the number of false solutions of a system of nonlinear random Boolean equations. — Theory of Stochastic Processes, 2007, v. 13 (29), № 1–2, p. 144–151.
2. *Масол В..*, *Слободян С.Я.* Про збіжність до нормального розподілу числа хибних розв'язків системи випадкових булевих рівнянь. — Наук. вісник Ужгород ун-ту, 2007, т. 14, с. 65–79.