Е. С. Г о л о д о в а (Самара, СамГУ). **Бегущие волны в сингулярно возмущенной модели горения.**

В работе, представленной данным сообщением, изучаются решения типа бегущей волны в неадиабатической модели автокаталитического горения с учетом теплопередачи, расхода и диффузии реагирующего вещества в случае одномерной пространственной переменной ξ:

$$\begin{aligned} \gamma\frac{\partial\theta}{\partial t} &= \eta(1-\eta)\exp\left\{\frac{\theta}{1+\beta\theta}\right\} - \alpha\theta + \delta\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}, \\ \gamma\frac{\partial\eta}{\partial t} &= \gamma\eta(1-\eta)\exp\left\{\frac{\theta}{1+\beta\theta}\right\} + \mu\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь θ — безразмерная температура газовой смеси, η — глубина превращения, μ — постоянный эффективный коэффициент диффузии, δ^{-1} — критерий Франк-Каменецкого, слагаемое $(-\alpha\theta)$ отражает теплоотвод, параметры β и γ характеризуют температурную чувствительность и экзотермичность реакции. Для обычных газовых смесей значения параметров β и γ малы.

Целью настоящей работы является изучение решений системы (1) типа бегущей волны со скоростью c, соединяющей положения равновесия $O(\eta = 0, \theta = 0)$ и $P(\eta = 1, \theta = 0)$, т. е. решения вида $\theta(t,\xi) = \widetilde{\theta}(\xi + ct) \equiv \theta(x)$, $\eta(t,\xi) = \widetilde{\eta}(\xi + ct) \equiv \eta(x)$, удовлетворяющие условиям

$$\lim_{x\to-\infty}\eta(x) = \lim_{x\to-\infty}\theta(x) = 0, \quad \lim_{x\to+\infty}\eta(x) = 1, \lim_{x\to+\infty}\theta(x) = 0,$$

где $x = \xi + ct$ — фаза волны.

Будем предполагать, что отношение коэффициента диффузии к квадрату скорости мало, тогда $\varepsilon = \mu/c^2$ — малый параметр. Отметим, что большая скорость является естественной для волны горения.

При таком предположении система (1) может быть приведена к сингулярно возмущенной системе

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{dz} &= -p, \quad \frac{d\theta}{dz} = -q, \\ \varkappa\varepsilon\frac{dq}{dz} &= -\gamma + q\eta(1-\eta)e^{\theta} - \alpha\theta, \\ \varepsilon\frac{dp}{dz} &= -\gamma p + \gamma\eta(1-\eta)e^{\theta}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $z = -x/c$, $\varkappa = \delta/\mu$. Система (2) имеет гладкое инвариантное многообразие

$$q = \varphi(\eta,\theta,\varepsilon) = \gamma^{-1}\Big[\eta(1-\eta)e^{\theta} - \alpha\theta + \varepsilon\varphi_1(\eta,\theta) + O(\varepsilon^2)\Big],$$

$$p = \psi(\eta,\theta,\varepsilon) = \eta(1-\eta)e^{\theta} + \varepsilon\psi_1(\eta,\theta) + O(\varepsilon^2)\ ,$$

содержащее положения равновесия $O_1 := (p = q = \eta = \theta = 0)$ и $P_1 := (p = q = \theta = 0, \eta = 1)$, не зависящие от каких-либо параметров. На этом многообразии система (2) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{dz} &= \eta(1-\eta)e^{\theta} + \varepsilon\psi_1(\eta,\theta) + O(\varepsilon^2), \\ \gamma\frac{d\theta}{dz} &= \eta(1-\eta)e^{\theta} - \alpha\theta + \varepsilon\varphi_1(\eta,\theta) + O(\varepsilon^2). \end{aligned} \tag{3}$$

Следует отметить, что система (3) отличается от классической модели автокаталитического горения с учетом расхода реагирующего вещества в реакторе идеального перемешивания лишь слагаемыми порядка $O(\varepsilon)$ в правых частях. Для классической модели в работе [1] было усановлено существование критического режима, разделяющего режимы медленного горения и теплового взрыва. Траектория дифференциальной системы, моделирующая критический режим, является траекторией–уткой и отвечает некоторому значению параметра $\alpha = \alpha^*(\gamma)$. Напомним, что траекторией–уткой назывется траектория сингулярно возмущенной системы, которая проходит вначале по устойчивому медленному интегральному многообразию, а затем по неустойчивому, причем оба раза проходятся расстояния порядка единицы.

Для системы (3) найдено критическое значение параметра

$$\alpha = \widetilde{\alpha}^*(\gamma, \varepsilon) = \alpha^*(\gamma) + \varepsilon\widetilde{\alpha}_1 + O(\varepsilon^2),$$

при котором наблюдается критический режим, моделируемый траекторией–уткой.

В настоящей работе установлено, что при $\alpha = \widetilde{\alpha}^*(\gamma, \varepsilon)$ система (1) имеет критическую бегущую волну, профиль которой представляет собой траекторию–утку. Критическая бегущая волна разделяет два вида волн: волны медленного выгорания ($\alpha > \widetilde{\alpha}^*(\gamma, \varepsilon)$) и волны самовоспламенения ($\alpha < \widetilde{\alpha}^*(\gamma, \varepsilon)$). Получена асимптотическая формула скорости критической бегущей волны.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 07-01-00169а

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gorelov G.N.*, *Sobolev V.A.* Mathematical modeling of critical phenomena in thermal explosion theory — Combust. Flame, 1991, v. 87, p. 203–210.