

А. Н. Т ы р с и н, И. А. К л я в и н (Челябинск, ЧелГУ). Математическое моделирование оптимального срока эксплуатации автотранспорта на угольных карьерах.

Математическую модель оптимального срока эксплуатации автотранспорта на угольных карьерах будем строить, основываясь на экономических соображениях — минимизации общих затрат на приобретение и эксплуатацию автотранспорта. Оправданно допустить, что затраты изменяются пропорционально изменению технического состояния автотранспорта.

Пусть $S(t)$ — функция технического состояния автотранспорта. Тогда ΔS — изменение технического состояния за время Δt . Очевидно, что изменение состояния зависит от состояний в предыдущие моменты времени, т. е. $\Delta S = \alpha S \Delta t$, где $\alpha > 0$ — некоторый коэффициент. Тогда при $\Delta t \rightarrow 0$ имеем $dS/dt = \alpha S$. Решив это дифференциальное уравнение, получим $S(t) = \beta e^{\alpha t}$. Следовательно, затраты на эксплуатацию автотранспорта изменяются с течением времени по экспоненциальному закону: $Z(t) = A e^{\lambda t}$, где $Z(t)$ — затраты, t — время, $A > 0$, $\lambda > 0$ — некоторые коэффициенты.

На основании этого построим теоретическую модель. В рамках данной модели для упрощения предположим: все время эксплуатации автотранспорт работает непрерывно, без простоев; производительность постоянна; каждую единицу техники заменяют на новую через период времени T .

Исходя из сказанного выше, найдем общие затраты на единицу техники за время T : $Z_n(T) = Z_0 + \int_0^T Z(t) dt = Z_0 + A(e^{\lambda T} - 1)/\lambda$, где Z_0 — капитальные вложения на покупку и ввод в эксплуатацию единицы техники, $Z(t)$ — зависимость затрат от времени для данной единицы техники.

Таким образом, мы получили общие затраты за период времени T . Так как эта функция не убывает на всем промежутке, а лишь меняется темп ее роста в зависимости от T , то определять оптимальный срок службы техники по ней неудобно. Поэтому будем рассматривать средние затраты в единицу времени при замене техники через T лет. Для этого поделим общие затраты $Z_n(T)$ на время T , за которое они были накоплены. Получим

$$z_n(T) = \frac{Z_n(T)}{T} = \frac{\lambda Z_0 + A(e^{\lambda T} - 1)}{\lambda T}.$$

Эта функция при введенных предположениях имеет точку минимума T^* , которая находится из решения уравнения $A(\lambda T - 1)e^{\lambda T} = \lambda Z_0 - A$.

Очевидно, что это и есть оптимальный срок эксплуатации техники, т. к. именно при замене техники каждые T^* лет средние затраты, а, следовательно, и общие, будут минимальны.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 07-01-96035 Урал-а.