**В. И. Р ю м к и н** (Томск, ТГУ). **Проверка близких гипотез при альтернативе сдвига и непараметрической неопределенности.**

Пусть $X_n = (x_{1,n}, \dots, x_{N_n,n})$ — одномерная выборка из серии испытаний вещественных случайных величин, $\lim_{n\to\infty} N_n = \infty$. Функция распределения (ф. р.) величин $x_{1,n}$ равна $F_{1,n}(x) = F(x; s_{i,n})$; $F(x;0) = F_0(x)$, где $F(x;s)$ имеет плотность $f(x;s)$ при всех значениях параметра $s$, принадлежащих окрестности $M \subset R^k$ точки $s = 0$, а векторы регрессии $s_{i,n}$ представимы в виде

$$s_{i,n} = \left(\theta_1 \varphi_{1,n}^{(1)} (N_n)^{-1/2}, \dots, \theta_k \varphi_{1,n}^{(k)} (N_n)^{-1/2}\right) = \delta_{i,n} (N_n)^{-1/2},$$

где $\theta_1, \dots, \theta_k$ — неизвестные параметры регрессии, $\varphi_{i,n}^k$ — известные числа.

Проверяется гипотеза $H_0$: все $x_{i,n}$ имеют ф. р. $F_0(x)$ против альтернативы $H_1$: $x_{i,n}$ имеет ф. р. $F(x; \delta_{1,n}(N_n)^{-1/2})$. Обозначим последовательности $P_{n,0}$ и $P_{n,\theta}$ распределений выборки $X_n$ при гипотезах $H_0$ и $H_1$ соответственно. Рассмотрим статистику $y_n(X_n) = (y_n^{(1)}, \dots, y_n^{(k)})$, где

$$y_n^{(j)} = \frac{1}{(N_n)^{1/2}} \sum_{i=1}^{N_n} \varphi_{i,n}^{(j)} \frac{\partial \ln f(x;s)}{\partial s^{(j)}}. \tag{1}$$

В [1] показано, что при независимых $x_{i,n}$ и некоторых условиях, накладываемых на $f(x;s)$ и $\varphi_{i,n}^{(j)}$, статистика $y_n(X_n)$ асимптотически достаточна для распределений $P_{n,\theta}$; кроме того, предложена схема построения на ее основе равеномерно асимптотически оптимального (Рао) критерия различения гипотез $H_0$ и $H_1$.

Рассмотрим случай альтернативы сдвига, когда $f(x;s) = f(x - s)$. Пусть $F_0(x)$ неизвестно, а наблюдения $x_{i,n}$ слабо зависимы и удовлетворяют условию равномерно сильного перемешивания.

Автором показано, что в этом случае Рао-критерии различения гипотез $H_0$ и $H_1$ могут быть получены на основе статистик $t_n(X_n) = (t_n^{(1)}, \dots, t_n^{(k)})$, где

$$t_n^{(j)} = -\frac{1}{(N_n)} \sum_{i=1}^{N_n} (\varphi_{i,n}^{(j)})^2 \psi_{N_n}(x_{i,n}). \tag{2}$$

Величины $\psi_{N_n}(x_{i,n})$ в (2) являются усеченными ядерными оценками логарифмической производной плотности:

$$\psi_n(x) = f_n^{(1)}(x)/\widehat{f}_n(x); \qquad \widehat{f}_n(x) = \begin{cases} f_n^{(0)}(x), & \text{если} \quad |f_n^{(0)}(x)| > \alpha_n; \\ \alpha_n, & \text{если} \quad |f_n^{(0)}(x)| \leqq \alpha_n, \end{cases} \tag{3}$$

$$f_n^{(r)} = \frac{1}{nh_r^{r+1}} \sum_{i=1}^{n} K^{(r)}\left(\frac{x - x_i}{h_r(n)}\right), \qquad r = 0, 1.$$

Получены достаточные условия регулярности, накладываемые на $f(x;s)$ и $\varphi_{i,n}^{(j)}$, ядерные функции $K^{(r)}(u)$ и параметр усечения $\alpha_n$ в (3), при которых возможно построение Рао-критерия решения задачи близких гипотез.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Кушнир А. Ф.* Асимптотически оптимальные критерии для регрессионной задачи проверки гипотез. — Теория вероятн. и ее примен., 1968, т. XIII, в. 4, с. 682–700.
2. *Рюмкин В. И.* Непараметрическое оценивание одного класса функционалов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2003, т. 10, в. 3, с. 735.