

В. В. Мазалов, А. Н. Реттиева (Петрозаводск, ИПМИ КарНЦ РАН). **Регулируемое равновесие в задаче разделения биоресурсов.**

Рассматривается задача управления биоресурсами (выловом рыбы). Разделим акваторию водоема на две части, s и $1 - s$, где ведут вылов две страны. В игре участвует центр (арбитр), который разделяет водоем, и игроки (страны), производящие вылов биоресурсов на протяжении T периодов времени на своей выделенной территории.

Динамика развития рыбной популяции с учетом вылова описывается уравнением

$$x'(t) = F(x(t)) - q_1 E_1(t)(1 - s)x(t) - q_2 E_2(t)sx(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где $x(t) \geq 0$ — размер популяции в период t ; F — функция развития популяции; $E_1(t), E_2(t) \geq 0$ — рыболовецкие усилия стран в период t и $q_1, q_2 > 0$ — коэффициенты возможного вылова на единицу рыболовецких усилий.

Выигрыши игроков на промежутке $[0, T]$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} J_1 &= g_1(x(T)) + \int_0^T e^{-\rho_1 t} [(p_1 - k_1 q_1 E_1(t)(1 - s)x(t)) q_1 E_1(t)(1 - s)x(t)] dt, \\ J_2 &= g_2(x(T)) + \int_0^T e^{-\rho_2 t} [(p_2 - k_2 q_2 E_2(t)sx(t)) q_2 E_2(t)sx(t)] dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Для данной модели найдено кооперативное равновесие и предложена схема наказания за отклонение от него.

Теорема 1. Кооперативное равновесие в задаче (1)–(2) имеет вид

$$E_1^d(t) = \frac{b_1 - \mu_1^{-1} q_1 \lambda(t)}{a_1(1 - s)x(t)}, \quad E_2^d(t) = \frac{b_2 - \mu_2^{-1} q_2 \lambda(t)}{a_2 s x(t)},$$

где $\lambda(t)$ удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\lambda'(t) = -\lambda(t) \left(r - \frac{2rx(t)}{K} \right), \quad \lambda(T) = \mu_1 g_1'(x(T)) + \mu_2 g_2'(x(T)).$$

Изменим схему наказания за отклонение от кооперативного равновесия, предложенную в [1]. Предположим, что центр наказывает игроков за отклонение: если отклоняется первый игрок, то центр увеличивает s , а если второй — уменьшает s .

Теорема 2. Регулируемым равновесием в задаче (1)–(2) является

$$\gamma_1(E_2) = \frac{b_1 - \mu_1^{-1} q_1 \lambda}{a_1(1 - s_2^*)x}, \quad \gamma_2(E_1) = \frac{b_2 - \mu_2^{-1} q_2 \lambda}{a_2 s_1^* x},$$

где

$$s_2^* = s^d - \frac{s^d}{E_2^d(t)} (E_2(t) - E_2^d(t)), \quad s_1^* = s^d + \frac{1 - s^d}{E_1^d(t)} (E_1(t) - E_1^d(t)).$$

Проведено численное моделирование для двух случаев: когда игроки наказывают друг друга за отклонение от кооперативного равновесия и когда за отклонение их наказывает центр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ehtamo H., Hamalainen R.P. A cooperative incentive equilibrium for a resource management problem. — J. Econ. Dynam. and Control, 1993, v. 17, p. 659–678.
2. Мазалов В.В., Реттиева А.Н. Методы динамических игр в задаче определения оптимальной заповедной зоны. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2005, т. 12, в. 3, с. 610–625.
3. Мазалов В.В., Реттиева А.Н. Равновесие по Нэшу в задачах охраны окружающей среды. — Математическое моделирование, 2006, т. 18, № 5, с. 73–90.