Е. А. Семенчин, А. Э. Сергеев (Краснодар, КубГу). **Об одном классе процессов рассеяния примеси в атмосфере, порождаемом случайными процессами диффузионного типа.**

В работе, представленной данным сообщением, указан достаточно широкий класс процессов рассеяния примеси в атмосфере, который имеет тесную связь со случайными процессами диффузионного типа. Хорошо известно [1], [2], что средняя концентрация $q = q(t,x,y,z)$ примеси в G, $G \in \mathbf{E}^3_+ = \{(x,y,z)\colon\ x,y \in (-\infty,+\infty),\ z \in [0,+\infty)\}$, (здесь сохранены все обозначения из [3]) удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u\frac{\partial q}{\partial x} + v\frac{\partial q}{\partial y} - w\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}k_x\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}k_y\frac{\partial q}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}k_z\frac{\partial q}{\partial z} + f, \tag{1}$$

$u = u(z)$, $v = v(z)$, $w = \mathrm{const} > 0$, $k_x = k_y = k_0\,u(z)$, $k_0 = \mathrm{const} > 0$, $k_z = k(z)$, $f = f(t,x,y,z)$, $t \in [t_0,T]$, $(x,y,z) \in G$.

Используя результаты работ [3] (теорема 5.11, 0.5), [4], можно доказать, что имеет место следующая теорема.

Теорема. *Пусть G — область класса $A^{(1,\lambda)}$, коэффициенты $u(z)$, $v(z)$, $k_x(z)$, $k_y(z)$, $z_z(z)$ уравнения* (1) *в G удовлетворяют следующим условиям.*

1. *Они имеют производные до второго порядка включительно, которые удовлетворяют условиям Гельдера.*

2. *Для любого набора действительных чисел λ_1, λ_2, λ_3 выполнено неравенство $k_x(z)\lambda_1^2 + k_y(z)\lambda_2^2 + k_z(z)\lambda_3^2 > 0$.*

3.
$$L_1 = \int_0^{z_0} \exp\left\{\frac{a_z(s)}{k_z(s)}\,ds\right\}dz < \infty,$$
$$L_2 = \int_0^{z_0} \frac{1}{k_z(\sigma)}\left(\int_0^{\sigma} \exp\left\{-\int_{z_0}^{z}\frac{a_z(s)}{k_z(s)}\,ds\right\}dz\right)\exp\left\{-\int_{z_0}^{\sigma}\frac{a_z(s)}{k_z(s)}\,ds\right\}d\sigma = \infty,$$

или $L_1 = \infty$, где $a_z = -w + \partial k_z/\partial z$.

Тогда в G:

1) *существует случайный диффузионный процесс X с переходной функцией распределения $p(t,x,y,z;\xi,\eta,\theta)$, которая является фундаментальным решением уравнения*

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[a_x p] + \frac{\partial}{\partial x}[a_y p] + \frac{\partial}{\partial x}[a_z p] = \frac{\partial^2}{\partial x^2}[k_x p] + \frac{\partial^2}{\partial y^2}[k_y p]\frac{\partial^2}{\partial z^2}[k_z p],$$

$$a_x = u + \frac{\partial k_x}{\partial x}, \quad a_y = \frac{\partial k_y}{\partial y}, \quad a_z = -w + \frac{\partial k_z}{\partial z};$$

2) *полугруппа операторов, соответствующая X, определяется соотношением*

$$T_t r(x,y,z) = \int_G p(t,x,y,z;\xi,\eta,\theta)r(\xi,\eta,\theta)\,d\xi\,d\eta\,d\theta.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Марчук Г. И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982, 320 с.
2. *Берлянд М. Е.* Современные проблемы атмосферной диффузии. М.: Гидрометеоиздат, 1975, 448 с.
3. *Дынкин Е. Б.* Марковские процессы. М.: Наука, 1973, 496 с.
4. *Семенчин Е. А.* О граничных условиях в задаче атмосферной диффузии. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2005, т. 12, в. 3, с. 635–639.