М.Ю.А фанасьев, А.В.Барминский (Москва, ЦЭМИ РАН). Обобщенное описание неэффективности производства в модели стохастической границы.

Попытка учесть воздействие на производственный процесс случайных факторов приводит от классической производственной функции  $P_i = e^{\beta_0} L_i^{\beta_1} K_i^{\beta_2}$  к стохастической граничной функции  $P_i = e^{\beta_0} L_i^{\beta_1} K_i^{\beta_2} e^{\varepsilon_i}$ , где  $P_i$  — объем производства i-го объекта,  $i=1,2,\ldots,N$ ;  $L_i$  — объем использованных трудозатрат,  $K_i$  — объем капиталовложений,  $\beta_0,\beta_1,\beta_2$  — параметры производственной функции. Здесь  $\varepsilon_i$  — случайная величина, отражающая случайные воздействия на i-й объект. После логарифмирования, обозначая  $\ln P_i$  через  $Y_i$ ,  $\ln L_i$  через  $x_{i1}$ ,  $\ln K_i$  через  $x_{i2}$ , получим  $Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i$ . В соответствии с [1] представим  $\varepsilon_i$  в виде  $V_i - U_i$ , где  $V_i$  — случайная величина, характеризующая влияние на i-й объект систематических воздействий,  $U_i$  — не зависящая от  $V_i$  случайная величина, характеризующая влияние факторов неэффективности на объем производства i-го объекта. Тогда случайная величина  $P_i$  =  $\exp\{\beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_{ij} + V_i - U_i\}$  есть фактический потенциал i-го объекта, а случайная величина  $P_i^{\rm pot}$  =  $\exp\{\beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_{ij} + V_i\}$  — граничный производственный потенциал. Техническая эффективность i-го объекта определяется величиной  $TE_i = P_i/P_i^{\rm pot} = e^{-U_i}$ . В [2] построена модель достижимого производственного потенциала  $P_i^{\rm pot} = \exp\{\beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_{ij} + V_i - S_i\}$ , где случайная величина  $S_i$  моделирует остаточную неэффективность, являющуюся результатом целенаправленного воздействия на факторы неэффективности производственного объекта.

В попытке обобщить описание неэффективной составляющей  $U_i$  модели стохастической границы и обеспечить корректные оценки технической эффективности производства относительно достижимого потенциала, положим  $U_i = k_{U_i}DISTR_i$ , где  $DISTR_i$  — случайная величина с неотрицательным распределением и параметрами, не зависящими от  $i,\ k_{U_i} = \exp\{\delta_0 + \sum_{k=1}^m \delta_k z_{ik}\},\ z_{i1},\dots,z_{im}$  — известные значения каждого из m управляемых факторов неэффективности, влияющих на i-й объект,  $\delta_0,\delta_1,\dots,\delta_m$  — параметры модели. Построим случайную величину  $S_i$  как  $S_i = \exp\{\delta_0 + \sum_{k=1}^m \delta_k z_{ik} - a_i\}DISTR_i$ , где величина  $a_i$  есть решения задачи  $a_i = a_i^C = \max\{\sum_{k=1}^m \delta_k \Delta z_{ik} : \Delta z_{ik} \in G_{ik}, k = 1,2,\dots,m, \sum_{k=1}^m c_{ik}(z_{ik},\Delta z_{ik}) \leqslant C_i\},$   $a_i^C \geqslant 0$ . Здесь, как и в  $[2],\ \Delta z_{ik}$  — изменение значения k-го фактора неэффективности,  $G_{ik}$  — множество всех допустимых воздействий на k-й фактор неэффективности, функция  $c_{ik}(z_{ik},\Delta z_{ik})$  описывает размер финансовых затрат на проведение воздействия  $\Delta z_{ik}$  на k-й фактор неэффективности для i-го объекта, а  $C_i$  — сумма, выделенная на повышение эффективности производственного процесса i-го объекта. Тогда техническая эффективность производства относительно достижимого потенциала определяется величиной  $TE_i^S = P_i/P_i^{\text{pot }S} = \exp\{(-1 + \exp\{-a_i\})U_i\}$ .

В качестве случайной величины, характеризующей эффективность мероприятия, направленного на снижение неэффективности i-го объекта, естественно взять

$$TE_i^M = \frac{P_i^{\text{pot }S} - P_i}{P_i^{\text{pot }} - P_i} = \frac{1/TE_i^S - 1}{1/TE_i - 1}.$$

Этот способ описания эффективности мероприятия отличается от предложенного в [2]:  $\overline{TE}_i^M = \frac{1-TE_i^S}{1-TE_i}$ . При этом с вероятностью 1 имеет место неравенство  $\overline{TE}_i^M \geqslant TE_i^M$ . Анализ случайных величин  $TE_i^S$  и  $TE_i^M$  осуществляется после того, как выбрано распределение случайной величины  $DISTR_i$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kumbhakar S. C., Lovell C. A. K. Stochastic Frontier Analysis. Cambridge, MA: Cambridge Univ. Press, 2000.

2. Айвазян С. А., Афанасьев М. Ю. Оценка мероприятий, направленных на управление факторами неэффективности производства. — Прикл. эконометрика, 2007, 4(8).