В. А. Толпаев, В. В. Палиев (Ставрополь, СевКавГТУ). **Приближенное решение задачи об истечении газа из полосообразного пласта обладающего сорбционными свойствами.**

Пусть имеется угольный пласт в форме прямоугольного параллелепипеда $\Omega = \{0 \leqq x \leqq L;\ 0 \leqq y \leqq y_1;\ 0 \leqq z \leqq z_1\}$ ограниченный со всех сторон непроницаемыми стенками. Угольный пласт насыщен метаном, содержащемся в его порах как в адсорбированном так и в свободном виде под давлением $P_{\text{п}}$. В начальный момент времени $t = 0$ пласт мгновенно вскрывается вдоль стенки $x = 0$, давление на которой становится равным P_{c}. Требуется найти распределение давления в пласте в последующие моменты времени.

Уравнение движения газа в рассматриваемом случае запишется следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho m + \rho_{\text{п}} g) = 0, \tag{1}$$

где $\varphi = -\frac{k_0 \cdot P(x,t)}{\mu}$, $\rho = \rho_{\text{ат}} \frac{P(x,t)}{P_{\text{ат}}}$ — уравнение состояния идеального газа, $g(P) = \frac{a\,P}{1+b\,P}$ — изотерма Ленгмюра, описывающая процесс сорбции газа в угольном пласте, m — пористость, $\rho_{\text{п}}$ — плотность породы, k_0 — проницаемость пласта, μ — вязкость газа.

После подстановки φ, ρ и $g(P)$ в (1) получаем уравнение:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = M(P) \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \tag{2}$$

где $\Phi = \frac{1}{2} P^2$, $M(P) = \left[\frac{B}{P} + \frac{C}{P(1+bP)} - \frac{bC}{(1+bP)^2}\right]/A$, $A = \frac{\rho_{\text{ат}}}{P_{\text{ат}}} \frac{k_0}{\mu}$, $B = \rho_{\text{ат}} \frac{m}{P_{\text{ат}}}$, $C = \rho_{\text{п}}\, a$.

Академик Л. С. Лейбензон решал подобную задачу для пласта без сорбционных свойств методом последовательных итераций [1]. Начально–краевую задачу

$$\Phi|_{t=0} = \frac{P_{\text{п}}^2}{2}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x}|_{x=L} = 0; \quad \Phi|_{x=0} = \frac{P_{\text{c}}^2}{2} \tag{3}$$

для нелинейного уравнения (2) следуя Л. С. Лейбензону тоже будем решать методом последовательных итераций по схеме

$$\frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial x^2} = M(P_{n-1}) \frac{\partial \Phi_n}{\partial t}, \tag{4}$$

где Φ_n — решение задачи (2), (3) на n-м шаге, а $P_{n-1} = \sqrt{2\Phi_{n-1}}$ — распределение давления на $(n-1)$-м шаге итерации.

В первом приближении коэффициент $M(P)$ принимается постоянным, равным $M(P_{\text{п}})$. Уравнение (2) с условиями (3) в этом случае интегрируется методом Фурье и приводит к решению $P_1(x,t)$ в виде:

$$\frac{P_1^2 - P_{\text{c}}^2}{P_{\text{п}}^2 - P_{\text{c}}^2} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \exp\left(-\frac{\lambda_n^2\, t}{M(P_{\text{п}})}\right) \sin(\lambda_n\, x), \tag{5}$$

где $\lambda_n = \frac{\pi(2n+1)}{2L}$.

Для перехода ко второму приближению давление P_1 в коэффициенте $M(P_1)$ заменим на его среднее по длине пласта значение $\tilde{P}(t)$, равное

$$\tilde{P}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L P_1(x,t)\, dx. \tag{6}$$

Для интеграла (6), выражаемого суммой ряда, по результатам численных экспериментов найдена аппроксимация

$$\tilde{P}(t) \cong P_{\text{с}} + (P_{\text{п}} - P_{\text{с}}) \exp\left(-\frac{\omega}{\alpha}\, t\right), \tag{7}$$

где $\omega = \frac{\pi^2}{4M(P_{\text{п}})L^2}$, а параметр α зависящий от отношения $\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}}$, в интервале $(0,1)$ выражается в виде полинома четвертой степени:

$$\alpha = 3,66 \left(\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}}\right)^4 - 9,20 \left(\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}}\right)^3 + 8,52 \left(\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}}\right)^2 - 3,84 \left(\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}}\right) + 1,76.$$

Используя уравнение (7), для определения второго приближения Φ_2 приходим к следующей задаче:

$$\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} = M(P_{\text{п}})\, \frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta}, \quad \text{где} \quad \theta = \int_0^t \frac{M(P_{\text{п}})}{M(\tilde{P}(t))}\, dt. \tag{8}$$

Решение этой задачи строится методом Фурье и записывается в виде:

$$\frac{P_2^2 - P_{\text{с}}^2}{P_{\text{п}}^2 - P_{\text{с}}^2} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \exp\left(-\frac{\lambda_n^2\, \theta}{M(P_{\text{п}})}\right) \sin(\lambda_n\, x). \tag{9}$$

Решение (9) авторами применялось для исследования влияния сорбционных свойств угольного пласта на скорость поступления метана в забой угольной шахты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лейбензон Л. С.* Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. Гостоптехиздат, 1947.