

Е. В. К у т ы р е в а (Москва, ТВП). **К вопросу о решении одного псевдобулева неравенства.**

В ряде задач дискретной математики (см. [1]) возникает необходимость решения псевдобулевых неравенств вида $\sum_{i=1}^{nM} \varepsilon_i \leq m$, где $\varepsilon_i \in \{0, 1\}$ — реализации независимых случайных булевых величин ξ_i , $i = 1, \dots, Mn$, n — четное, M и m — целые числа. Пусть $\mathbf{P}\{\xi_i = 1\} = p_j$ для $i = jn/2 + 1, \dots, (j+1)n/2$, $j = 1, \dots, 2M$, $(n/2) \sum_{j=1}^{2M} p_j = m$, $p_j < 1/2$. Ставится задача: найти любую совокупность n булевых переменных из множества $\{\varepsilon_{i_1}, \varepsilon_{i_1+1}, \dots, \varepsilon_{i_1+n/2-1}, \varepsilon_{i_2}, \varepsilon_{i_2+1}, \dots, \varepsilon_{i_2+n/2-1}\}$, сумма которых не превышает $n(p_{i_1} + p_{i_2})/2$, $i_1, i_2 \in \{nl/2 + 1\}$, $l = 0, \dots, 2M - 1$, $i_1 \neq i_2$.

Вероятность того, что сумма искоемых переменных не меньше $n(p_{i_1} + p_{i_2})/2$, обозначим P_{i_1, i_2} ,

$$P_{i_1, i_2} = 1 - \sum_{\substack{j_1, j_2, j_1+j_2 \leq n(p_{i_1}+p_{i_2})/2-1, \\ j_1 \leq np_{i_1}/2, j_2 \leq np_{i_2}/2}} \binom{n/2}{j_1} \binom{n/2}{j_2} \left(\frac{1-p_{i_1}}{p_{i_1}} \right)^{j_1} p_{i_1}^{n/2} \left(\frac{1-p_{i_2}}{p_{i_2}} \right)^{j_2} p_{i_2}^{n/2}.$$

Утверждение 1. Критическое значение p_3 , при котором задача сводится к определению переменных $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$, равно

$$p_3 = 1 - \left(p_2^{p_2} (1-p_2)^{1-p_2} \left(\frac{p_1}{1-p_1} \right)^{p_1} \right) P_{1,2}^{-n/2}.$$

Утверждение 2. Пусть $(1-p_1)(1-p_4) \geq (1-p_2)(1-p_3)$. Тогда критическое значение вероятности p_4 , при котором задача сводится к определению совокупности переменных $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ или $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n/2}, \varepsilon_{n+1}, \varepsilon_{n+2}, \dots, \varepsilon_{3n/2}$, составляет

$$p_4 = 1 - \sqrt[n/2]{\frac{(1-p_1)^{1-p_1} p_1^{np_1/2} ((1-p_2)^{n(1-p_2)/2} p_2^{np_2/2} + (1-p_3)^{n(1-p_3)/2} p_3^{np_3/2})}{P_{1,2} P_{1,3}}}.$$

Утверждение 3. Пусть $(1-p_1)(1-p_4) < (1-p_2)(1-p_3)$. Тогда критическое значение вероятности p_4 , при котором задача сводится к определению одной из следующих совокупностей переменных $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n/2}, \varepsilon_{n+1}, \varepsilon_{n+2}, \dots, \varepsilon_{3n/2}$, $\varepsilon_{n/2+1}, \varepsilon_{n/2+2}, \dots, \varepsilon_{3n/2}$, составляет

$$p_4 = 1 - \left(\left((1-p_1)^{(1-p_1)} p_1^{np_1/2} \left((1-p_2)^{n(1-p_2)/2} p_2^{np_2/2} + (1-p_3)^{n(1-p_3)/2} p_3^{np_3/2} \right) + (1-p_1)^{-n/2} (1-p_2)^{n(1-p_2)/2} p_2^{np_2/2} (1-p_3)^{n(1-p_3)/2} p_3^{np_3/2} \right) / (P_{1,2} P_{1,3} P_{2,3}) \right)^{2/n}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакин Г. В. Введение в теорию случайных систем уравнений. — Труды по дискретной математике. Т. 1. М.: Физматлит, 1997, с. 1–18.
2. Балакин Г. В. Алгоритм нахождения множества наименьшей мощности, содержащего истинное решение с заданной вероятностью. — Труды по дискретной математике. Т. 7. М.: Физматлит, 2003, с. 7–21.