

П. С. Серебrenников (Мытищи-1, МГУИ). «Да, нет»-преобразование случайных процессов.

При регистрации и обработке сигналов часто происходит «да, нет»-преобразование случайных процессов. Для определенности рассматриваем преобразование потока фотонов в фототок, происходящее в фотоэлектронных умножителях (ФЭУ). Рассмотрим условия, когда распределение фотоэлектронов повторяет распределение фотонов. Проанализируем прежде всего дисперсию фотоэлектронов. Нетрудно получить (см. [1]), что эта дисперсия равна

$$\overline{\delta N^2} = (\bar{\eta})^2 \overline{\delta P^2} + \overline{\delta \eta^2} \bar{P}.$$

Здесь: P , N — число фотонов, упавшее на фотокатод за время T и выбитое число фотоэлектронов за это же время соответственно; η — случайная величина, число электронов, выбитое одним фотоном. Предполагаем, что η принимает только два значения 0 и 1 («да, нет»-преобразование). Учитывая, что $\overline{\delta \eta^2} = \bar{\eta}$ (η принимает только значения 0 и 1!), получаем после некоторых выкладок

$$\frac{1}{\bar{N}} \left(\frac{\overline{\delta N^2}}{\bar{N}} - 1 \right) = \frac{1}{\bar{P}} \left(\frac{\overline{\delta P^2}}{\bar{P}} - 1 \right) = \chi. \quad (1)$$

Таким образом, получаем, что если каждое из выражений в (1) есть некоторая константа χ , то дисперсии фотонов и фотоэлектронов имеют один тот же функциональный вид

$$\overline{\delta N^2} = \bar{N}(1 + \chi \bar{N}), \quad \overline{\delta P^2} = \bar{P}(1 + \chi \bar{P}). \quad (2)$$

При $\chi = 0$ дисперсии фотонов и фотоэлектронов имеют пуассоновский вид. Можно показать непосредственно [2], что при пуассоновском потоке фотонов поток фотоэлектронов также будет пуассоновским. Дисперсия $\overline{\delta P^2} = \bar{P}(1 + \chi \bar{P})$ с $\chi = 1/M$ соответствует дисперсии суммы фотонов, находящихся в M одинаковых ячейках (состояниях), при этом само распределение является отрицательно-биномиальным [3], [4]. При «да, нет»-преобразовании при заданном числе фотонов фотоэлектроны имеют биномиальное распределение («да, нет»-преобразование имеет биномиальные переходные характеристики). Распределение фотоэлектронов при отрицательно-биномиальном распределении фотонов будет

$$w(N, \bar{N}, M) = \sum_{P=N}^{\infty} w(N|P) w(P, \bar{P}, M). \quad (3)$$

Здесь: $w(N|P)$ — условное биномиальное распределение, $w(P, \bar{P}, M)$ — отрицательно-биномиальное распределение фотонов. Производя суммирование, получаем, что фотоэлектроны также имеют отрицательно-биномиальное распределение с естественной заменой $\bar{P}$ на $\bar{M}$. Таким образом, мы видим, что не только пуассоновское, но и отрицательно-биномиальное распределение воспроизводится при биномиальных переходных характеристиках. Отметим в заключение, что распределение фотонов в «сжатых» состояниях (с дисперсией меньшей пуассоновской) также возможно воспроизводится при «да, нет»-преобразовании, если дисперсия фотонов в этих состояниях дается формулой типа (2) (с $\chi < 0$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское Радио, 1969, т. 1, с. 148.
2. Steinberg H. A., La Tourette J. T. Appl. Optics., 1964, v. 3, p. 901.
3. Клаудер Дж., Сударшан Э. М.: Мир, 1970.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1967.