

В. Д. Александров (Ростов-на-Дону, ФГУП «ГКБ «Связь»). **Три соотношения для интегралов от полных эллиптических интегралов дополнительного модуля.**

В [1] со ссылкой на таблицы интегралов Берда и Фридмана проводится соотношение, связывающее интегралы от полных эллиптических интегралов первого $K(k')$ и второго $E(k')$ родов с дополнительным модулем $k' = \sqrt{1 - k^2}$:

$$(n + 2) \int_0^1 k^n E(k') dk = (n + 1) \int_0^1 k^n K(k') dk \quad (n > 1), \quad (1)$$

однако сами значения входящих в (1) интегралов отсутствуют (как и в [2]).

Используя представления эллиптических интегралов через G -функции Мейера [2] и интегрируя (1), находим

$$\int_0^1 k^n E(k') dk = \frac{\pi(n + 1)\Gamma^2[(n + 1)/2]}{4(n + 2)\Gamma^2(n/2 + 1)}, \quad (2)$$

$$\int_0^1 k^n K(k') dk = \frac{\pi\Gamma^2[(n + 1)/2]}{4\Gamma^2(n/2 + 1)}, \quad (3)$$

где $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция.

Нетрудно показать, что соотношения (1)–(3) справедливы для произвольных положительных значений n (необязательно целочисленных), включая $n = 0$. В последнем случае ($n = 0$) значения интегралов (2), (3) совпадают с соответствующими значениями интегралов из [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблица интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1971, 1108 с.
2. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Дополнительные главы. М.: Наука, 1986, 800 с.