

А. А. Андреев, А. С. Андреев (Ульяновск, УлГУ). **О сходимости нестационарных нелинейных экономических процессов.**

Рассматривается динамика экономических процессов, описываемых уравнениями

$$x(t+1) = f(t, x(t)), \quad (1)$$

где $f: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^m$ есть вектор-функция, ограниченная и равномерно непрерывная по $(t, x) \in \mathbf{R}^+ \times K$ для каждого компакта $K \subset \mathbf{R}^m$.

Предельное поведение процесса $x = x(t, t_0, x_0)$ при $t \rightarrow +\infty$ описывается семейством предельных уравнений

$$x(t+1) = f^*(t, x(t)), \quad (2)$$

где f^* есть функция, предельная к f в соответствующем метрическом пространстве [1].

Допустим, что для процесса (1) можно найти скалярную функцию $V: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^+$, удовлетворяющую неравенству

$$V(t+1, f(t, x)) \leq g(t, V(t, x)) - W(t, x, V(t, x)), \quad (3)$$

при этом функции $V, g: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ и $W: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ удовлетворяют условиям, аналогичным таким же, что и для функции f , а также $g \in C^1$ по $u \in \mathbf{R}^+$ при фиксированном $t \in \mathbf{R}^+$.

Из (3) следует, что можно ввести уравнение сравнения

$$u(t+1) = g(t, u(t)), \quad (4)$$

при этом функцию $V = V(t, x)$ можно определить как функцию сравнения, а уравнение (4) — как уравнение сравнения.

Допустим, что решение $u = u(t, t_0, u_0)$ уравнения (4) удовлетворяет условию $\inf \lim_{t \rightarrow +\infty} \partial u(t, t_0, u_0) / \partial u_0 \geq 1$. Обозначим $\omega^+(t_0, x_0)$ — положительное предельное множества процесса $x = x(t, t_0, x_0)$ [2].

Теорема. *Предположим, что:*

- 1) *существует функция V , удовлетворяющая соотношению (3);*
- 2) *процесс $x = x(t, t_0, x_0)$ системы (1) и решение $u = u(t, t_0, u_0)$, $u_0 = V(t_0, x_0)$, равномерно ограничены.*

Тогда для любой предельной точки p найдется такой набор предельных функций (f^, V^*, g^*, u^*) , что предельный процесс $x = x^*(t, p)$, $x^*(0, p) = p$, системы (2) удовлетворяет одновременно соотношениям $x^*(t, p) \in \omega^+(t_0, x_0)$ и $x^*(t, p) \in \{V^*(t, x) = u^*(t)\} \cap \{W^*(t, x, u^*(t)) = 0\}$ для всех $t \in \mathbf{R}$, где $u^*(t)$, $u^*(0) = V^*(0, p)$, есть решение предельной системы сравнения.*

Доказанная теорема обобщает результаты целого ряда работ [2]–[5]. На ее основе исследуются различные задачи устойчивого функционирования экономических процессов, модели которых даны в [6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 08-01-00741.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фурасов В. Д.* Устойчивость и стабилизация дискретных процессов. М.: Наука, 1982, 191 с.
2. *La Salle J. P.* The stability and control of discrete processes. Applied mathematical sciences, v. 62. Springer-Verlag, 1986, 147 p.
3. *Кунцевич В. М., Лычак М. М.* Синтез систем автоматического управления с помощью функции Ляпунова. М.: Наука, 1977, 400 с.

4. Мартынюк А. А. Анализ устойчивости дискретных процессов. — Прикладная механика, 2000, т. 36, № 7, с. 3–35.
5. Lakshmikantham V., Trigiante D. Theory of differential equations: numerical methods and applications. N.Y.: Marcel Dekker, 2002, 320 p.
6. Гамецкий А. Ф., Соломон Д. И. Математическое моделирование макроэкономических процессов. Кишинев, 1997, 186 с.