

Т. В. Б а ж а н о в а (Ульяновск, УлГУ). **Модель множественного вирусного поражения с ограниченным иммунитетом.**

В работе, представленной данным сообщением, предполагается стохастическое описание явления множественного иммунного ответа на появление зараженных вирусами клеток. Математическая модель выполнена в терминах системы массового обслуживания в семимартингальном описании. Отличительной чертой этой СМО является то, что очереди — процессы не только с обслуживанием, но и с размножением заявок.

Появление зараженных вирусами клеток в системе носит случайный характер и компенсируется некрозом (механизм иммунного надзора) и апоптозом («самоубийство» клеток с поврежденной ДНК).

В модели клетки поражаются вирусами с интенсивностью λ^i , где i — тип вируса, $i = 1, \dots, N$, и, следовательно, число клеток, зараженных i -м вирусом, — пуассоновский процесс A_t^i с компенсатором $\tilde{A}_t^i = \lambda^i t$, $\sum_{i=1}^N \lambda^i = \lambda$. Клетки накапливаются и число образовавшихся клеток обозначено q_t^i . Считающий процесс числа клеток, подвергшихся апоптозу, обозначен F_t^i с коэффициентом интенсивности $f^i > 0$, $\sum_{i=1}^N f^i = F$, и некрозу — D_t^i с коэффициентом интенсивности $d^i > 0$, $\sum_{i=1}^N d^i = D$. Компенсаторы этих считающих процессов равны $\tilde{F}_t^i = \int_0^t f^i q_s^i ds$ и $\tilde{D}_t^i = \int_0^t d^i q_s^i ds$.

В работе предполагается, что момент размножения уже зараженной, но не подвергшейся ни апоптозу, ни «иммунной чистке» клетки наступает сразу по достижении ею стадии митоза. Процесс деления клеток обозначен $R_t^i = \sum_{s \leq t} \Delta R_s^i$, $\Delta R_t^i = I\{t = \tau_j + \zeta\}$, где τ_j — момент образования j -й клетки, ζ — экспоненциально распределенная случайная величина, характеризующая время задержки, необходимого для деления клетки. Таким образом, число клеток зараженных i -м вирусом, описывается как $q_t^i = q_0^i + A_t^i + R_t^i - F_t^i - D_t^i$. Общее количество зараженных клеток обозначено $Q_t = \sum_{i=1}^N q_t^i$.

Рассмотрим в рамках данной модели задачу оптимального управления ресурсами «ограниченного» иммунитета, при которых максимальный «размер» любого вирусного поражения, возникшего в организме, минимален и, следовательно, легко компенсируется некрозом и апоптозом.

Определим перераспределение интенсивностей некроза следующим образом: $d^i = k d_{исх} I\{q_t^i > a\} + I\{q_t^i \leq a\} I\{\sum_{j=1}^N I\{q_t^j > b\} \geq 1\} d_{исх}/k + I\{q_t^i \leq a\} I\{\sum_{j=1}^N I\{q_t^j > b\} < 1\} d_{исх}$, где k — некоторый параметр перераспределения, $d_{исх} = D/N$ — интенсивность некроза в случае баланса, a, b — критичные для организма количества зараженных клеток. Таким образом, иммунные стратегии $d^i = d^i(q_t^i(\omega); Q_t(\omega)) = d^i(k, a, b; q_t^i, Q_t)$, $i = 1, \dots, N$, составляют класс Φ . Тогда задача оптимизации формулируется так:

$$E\left(\max_{i=1, \dots, N} q_t^i(d^i)\right) \rightarrow \min_{d^i \in \Phi} = \min_{k, a, b}.$$

Исследование данной модели аналитическими методами затруднено. Компьютерное стохастическое моделирование позволяет находить оптимальные решения (например, при $T = 10000$, $N = 50$, $\lambda = 1$, $D = 2$, $F = 2$ параметр $k = 50$, $a = b = 10000$, $q_{\min} = 350437$).

Данная модель может быть применена не только к биологическим системам, но и при описании процессов заражения компьютерными вирусами.

Автор выражает благодарность профессору Бутову А. А. за внимание к работе. Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект № 06–01–00338.