В. И. Ряжских, М. И. Слюсарев, А. А. Богер, С. В. Рябов (Воронеж, ВГТА). **Теплоотдача от изотермических вертикальных стенок при свободной конвекции в замкнутой прямоугольной полости.**

Если в полости шириной $2h$, заполненной жидкостью с однородной температурой t_0, в момент времени $\tau > 0$ на вертикальных границах изменить температуру до постоянного значения $t_w.t_0$, то возникает конвекция среды с восходящим движением у стенок и нисходящим — в ядре потока. При отношении высоты полости к ее ширине, значительно превышающем 1, и без учета концевых эффектов математическая модель ламинарного свободноконвективного осесимметричного течения вязкой несжимаемой жидкости такова:

$$\frac{\partial V_{Z1}}{\partial\theta} = 4\frac{\partial^2 V_{Z1}}{\partial X^2} - 8\mathrm{Gr}(T - T_1^*), \quad \frac{\partial V_{Z2}}{\partial\theta} = 4\frac{\partial^2 V_{Z2}}{\partial X^2} + 8\mathrm{Gr}(T - T_2^*), \quad \frac{\partial T}{\partial\theta} = \frac{4}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial^2 T}{\partial X^2},$$
$$V_{Z1}(X,0) = V_{Z2}(X,0) = V_{Z1}(1,\theta) = V_{Z1}(\Delta,\theta) = V_{Z2}(\Delta,\theta) = \frac{\partial V_{Z2}(0,\theta)}{\partial X} = 0, \qquad (1)$$
$$T(X,0) = 1, \quad T(1,\theta) = \frac{\partial T(0,0)}{\partial X} = 0,$$

где $X = x/h$, $\theta = v\tau/l_0^2$, $V_Z = v_z/\widetilde{v}$, $\widetilde{v} = v/l_0$, $l_0 = 2h$, $\Delta = \delta/h$, $T = (t - t_w)/\Delta t$, $T^* = (t^* - t_w)/\Delta t$, $\Delta t = t_0 - t_w$, Pr, $\mathrm{G_r} = gh^2\beta(t_0 - t_w)/v^2$ — числа Прандтля и Грасгофа, v_z — вертикальная компонента скорости, v, β, ρ — кинематическая вязкость, коэффициент объемного расширения и плотность жидкости, t, t^* — текущая и некоторая неизвестная характерная температуры, g — ускорение силы тяжести, δ — поперечная координата границы между пристеночной областью (индекс 1) и ядром потока (индекс 2).

Аналитическое решение системы (1):

$$T(X,0) = \frac{4}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}\cos\left[\frac{\pi}{2}(2n+1)X\right]\exp\left\{-\frac{\pi^2}{\mathrm{Pr}}(2n+1)^2\theta\right\},$$

$$V_{Z1}(X,\theta) = \frac{4}{\pi^2}\mathrm{Gr}\frac{(1-\Delta)^2}{1-\mathrm{Pr}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k^3}\exp\left\{-4\left[\frac{\pi k}{1-\Delta}\right]^2\theta\right\}$$
$$\times\left\{\sin\left[\frac{\pi k(X-\Delta)}{1-\Delta}\right] + \sin\left[\frac{\pi k(1-X)}{1-\Delta}\right]\frac{\cos[\pi k\sqrt{\mathrm{Pr}}\Delta/(1-\Delta)]}{\cos[\pi k\sqrt{\mathrm{Pr}}/(1-\Delta)]}\right\}$$
$$+\frac{32}{\pi^3}\mathrm{Gr}\frac{\mathrm{Pr}}{1-\mathrm{Pr}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}\exp\left\{-\frac{\pi^2(2n+1)^2}{\mathrm{Pr}}\theta\right\}$$
$$\times\left\{\cos\left[\frac{\pi(2n+1)}{2}X\right] - \cos\left[\frac{(2n+1)\Delta}{2}\right]\frac{\sin[(\pi/2)(2n+1)(1-X)/\sqrt{\mathrm{Pr}}]}{\sin[(\pi/2)(2n+1)(1-\Delta)/\sqrt{\mathrm{Pr}}]}\right\}$$
$$+\frac{8}{\pi^3}\mathrm{GR}(1-\Delta)^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}\cos\left[\frac{\pi}{2}\frac{(2n+1)(2X-\Delta-1)}{1-\Delta}\right]\exp\left\{-\left[\frac{2\pi(2n+1)}{1-\Delta}\right]^2\theta\right\},$$

$$V_{Z2}(X,\theta) = \frac{32}{\pi^3}\mathrm{Gr}\frac{\mathrm{Pr}}{1-\mathrm{Pr}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}\exp\left\{-\frac{\pi^2(2n+1)^2}{\mathrm{Pr}}\theta\right\}$$
$$\times\left\{\cos\left[\frac{\pi}{2}(2n+1)\Delta\right]\frac{\cos[(\pi/2)(2n+1)X/\sqrt{\mathrm{Pr}}]}{\cos[(\pi/2(2n+1)\Delta/\sqrt{\mathrm{Pr}})]} - \cos\left[\frac{\pi}{2}(2n+1)X\right]\right\}$$
$$+\frac{32}{\pi^3}\mathrm{Gr}\Delta^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}\exp\left\{-\frac{\pi^2(2n+1)^2}{\Delta^2}\theta\right\}$$
$$\times\left\{\frac{\cos[(\pi/2)(2n+1)X/\Delta]}{1-\mathrm{Pr}}\frac{\cos[(\pi/2)(2n+1)\sqrt{\mathrm{Pr}}]}{\cos[(\pi/2)(2n+1)\sqrt{\mathrm{Pr}}/\Delta]} - 1\right\}.$$

С использованием этого решения рассчитаны числа Нуссельта по соотношению $Nu = ah/\lambda = -\mathrm{Pr}[2(\overline{T}_1 + \overline{T}_2)]^{-1}[(1-\Delta)\partial\overline{T}_1/\partial\theta + \Delta\partial\overline{T}_1/\partial\theta]$, где α — коэффициент теплоотдачи, $\lambda, \overline{T}$ — теплопроводность и среднемассовая температура жидкости. Найдено, что при малых значениях времени в период формирования и развития течения $Nu \sim \theta^{-n}$, где $n \approx 0,5$ для исследованной области чисел Прандтля $\mathrm{Pr} = 0,1 \div 30$. После достижения максимального расхода жидкости в полости формируется псевдостационарный профиль скорости, при этом $Nu \approx 2,2$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 07–08–00166.