

Н. П. В е л и ч к о (Шахты, ЮРГУЭС). **Линейные непрерывные операторы в локально ограниченных пространствах.**

При исследовании линейных операторов в F -квазинормированных локально ограниченных пространствах (ЛОП) встает вопрос о том, что есть F -квазинорма линейного непрерывного оператора $A: X \rightarrow Y$. Известно [1], что если X — ЛОП, то в нем существует p -однородная F -норма, определяющая топологию, эквивалентную исходной.

Теорема 1 ([1]). Пусть X и Y — ЛОП и пусть $\|\cdot; X_p\|$ и $\|\cdot; Y_p\|$ — соответственно p_X - и p_Y -однородные F -нормы в пространствах X и Y . Линейный оператор A , действующий из пространства X в пространство Y , непрерывен тогда и только тогда, когда

$$\|A\| = \sup_{\|x; X_p\| \leq 1} \|AX; Y_p\| < +\infty. \quad (1)$$

В [1] показано, что если $p_X = p_Y = p$, то

$$\|AX; Y_p\| \leq \|A\| \|x; X_p\| \quad (2)$$

и всегда найдется такое число p , что p -однородная F -норма существует одновременно в двух произвольных ЛОП X и Y . Число $\|A\|$ в формуле (2) называется F -нормой линейного непрерывного оператора A .

Тогда F -норма оператора может быть определена для всех линейных непрерывных операторов, действующих из одного ЛОП в другое, если топология в этих пространствах задается при помощи некоторых p -однородных F -норм.

Пусть A — линейный непрерывный оператор, действующий из произвольного F -квазинормированного ЛОП X в другое F -квазинормированное ЛОП Y . При необходимости «нормировки» A мы переходим к эквивалентным p -однородным F -нормам в пространствах X и Y и используем формулу (2) и говорим, что (2) определяет p -однородную F -норму линейного непрерывного оператора, действующего из одного произвольного ЛОП в другое произвольное ЛОП.

Доказательство непрерывности линейного оператора $A: X \rightarrow Y$, действующего из произвольного F -квазинормированного ЛОП X в F -квазинормированное ЛОП Y , равносильно доказательству неравенства

$$\|Ax; Y_p\| \leq \|A\| \|x; X_p\|. \quad (3)$$

Пусть A и B — линейные непрерывные операторы, A действует из F -квазинормированного ЛОП X в F -квазинормированное ЛОП Y , B — из F -квазинормированного ЛОП Y в F -квазинормированное ЛОП Z . Тогда оператор $C: X \rightarrow Z$, такой, что $C = BA$, непрерывен и

$$\|C\| \leq \|B\| \|A\|. \quad (4)$$

Теорема 2. Для всякого линейного непрерывного оператора $A: X \rightarrow Y$, действующего в произвольном F -квазинормированном ЛОП X , существует предел

$$\rho_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \|A^n\|^{1/n}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Przeworska-Rolewicz D., Rolewicz S. Equations in linear spaces. Warszawa: Polish scientific publishers, 1968.