В. А. Винников (Москва, МГГУ). **Поле деформаций, обусловленное тепловым потоком, в трещиноватых поликристаллах.**

Рассмотрим трехмерную неограниченную анизотропную среду, которую назовем *основной*, с неоднородностями в эллипсоидальных областях. Эти эллипсоидальные области плотно прилегают друг к другу и соответствуют зернам или минералам в породах. Обозначим C_0 постоянный тензор модулей упругости основной среды, равный осредненным значениям тензора модулей упругости зерна $\langle C\rangle$, C_0+C_1 — то же для эллипсоидальной неоднородности. Тогда тензор модулей упругости с неоднородностями можно представить в виде кусочно-постоянной функции $C(x)=C_0+C_1(x)$, где x (x_1,x_2,x_3) — точка среды; $C_1(x)$ — случайный тензор, постоянный в пределах каждой неоднородности.

Введем в рассматриваемую среду поля дислокационных моментов двух типов, m_1 и m_2: m_1 — поле дислокационных моментов, индуцированное внешним потоком тепла, которое линейно связано с последним и приводит к изменениям модуля упругости в точках среды, m_2 — поле дислокационных моментов, которое определяет трещину при внешнем тепловом потоке. Тензор полной деформации $\varepsilon(x)$ в среде с таким распределением дислокационных моментов в произвольной аффинной системе координат удовлетворяет уравнению [1]

$$\varepsilon(x)=\varepsilon_0+\int K(R)C_0m_1(x')\,dV'+\int K(R)C_0m_2(x')\,dV', \tag{1}$$

где $K(R)=-\nabla\nabla G(x)$; ε_0 — внешнее поле деформаций, $G(R)$ — тензор Грина основной среды, $R=x-x'$; ∇ — градиент по x. Отсюда тензор упругой деформации представляется в виде

$$\varepsilon^e=\varepsilon-\varepsilon^p=\varepsilon_0+\int K(R)C_0(m_1+m_2)\,dV'-m_2, \tag{2}$$

так как $\varepsilon^p=m_2$. Отсюда тензор напряжений будет иметь вид

$$\sigma(x)=C\left[\varepsilon_0-m_2+\int K(R)C_0(m_1+m_2)\,dV'\right]. \tag{3}$$

Выберем поле дислокационных моментов в виде

$$m_1=S_0C_1\varepsilon', \tag{4}$$

которое в таком виде удовлетворяет уравнению равновесия в отсутствие массовых сил:

$$\nabla(C_0+C_1)\varepsilon^e=0. \tag{5}$$

Для m_1 с учетом (2) имеем

$$m_1=-S_0C_1(\varepsilon-m_2). \tag{6}$$

Подставим (6) в (1), произведем преобразования и в результате для тензора полной деформаций получим

$$\varepsilon(x)=\varepsilon_0-\int K(R)C_1\varepsilon\,dV'+\int K(R)Cm_2\,dV'. \tag{7}$$

Из (3) и (6) для тензора напряжений имеем

$$\sigma(x)=C\left[\varepsilon_0-m_2+\int K(R)Cm_2\,dV'-\int K(R)C_1\varepsilon\,dV'\right]. \tag{8}$$

Из (8) для $d\sigma$ имеем

$$d\sigma = C\left[d\varepsilon_0 - dm_2 + \int K(R)C_1\,dm_2\,dV' - \int K(R)C_1\,d\varepsilon\,dV'\right]. \tag{9}$$

Аналогично для тензора полной деформации имеем

$$d\varepsilon + \int K(R)[C_1 - CTC(TC+I)^{-1}]\,d\varepsilon\,dV = d\varepsilon_0. \tag{10}$$

В рамках метода согласованного поля получим среднее значение приращения тензора деформаций для среды с неоднородностями

$$\langle d\varepsilon\rangle = \langle (I + AL_1)^{-1}\rangle \langle L[I + A(L - \langle L\rangle)]^{-1}\rangle^{-1}\,d\sigma_0. \tag{11}$$

Отсюда для среднего значения приращения тензора деформации, обусловленной раскрытием трещин, для рассматриваемой среды будет иметь вид

$$\langle d\varepsilon^p\rangle = \langle M(I + AL_1)^{-1}\rangle \langle L[I + A(L - \langle L\rangle)]^{-1}\rangle^{-1}\,d\sigma_0. \tag{12}$$

Задавая внешнее поле $d\sigma_0$, можно построить диаграммы деформации трещиноватых поликристаллов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Халкечев К. В.* Механика неоднородных горных пород. Бишкек: Илим, 1991, 226 с.