

А. А. Б у т о в, А. А. Г и с м е т у л и н а (Ульяновск, УлГУ). **Модель управления численностью объектов на основе систем с финитными носителями.**

В работе, представленной данным сообщением, проведено исследование процессов с траекториями с финитными носителями. Введем обозначения для используемых в модели множеств и процессов: $\tau_k = \inf\{t: \pi_t^{(\lambda)} = k\}$ — момент рождения k -й траектории, а $\sigma_k = \tau_k + \eta_k$ — момент ее выбытия, где время пребывания в системе $\{\eta_k\}_{k \geq 1}$ — независимые и одинаково распределенные случайные величины, функция распределения которых равна при $\mu > 0$

$$F_{\eta_k}(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\mu x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

В момент τ_k «рождается» процесс $\{X_t^k\}_{\tau_k \leq t \leq \sigma_k}$ с нулевым начальным значением $X_{\tau_k}^k = 0$ и определенный на финитном носителе $[\tau_k \leq t \leq \sigma_k]$ как $X_k^t = \int_{\tau_k}^t \{\alpha dx + dW_s^k\}$, где $\tau_k \leq t \leq \sigma_k$, $\alpha > 0$ и $\{W^k\}_{k \geq 1}$ — независимые винеровские процессы. В каждый момент времени $t \geq 0$ наблюдается конечное число существующих в этот момент траекторий $\sum_{k=1}^{\infty} I\{t \in [\tau_k, \sigma_k]\}$.

В работе было проведено исследование поведения траекторий. При этом решалась задача оптимизации, заключающаяся в поиске таких значений параметров частоты рождений траекторий λ и продолжительностей жизни μ , при которых среднее число «живых» траекторий максимально приближено в среднем к их некоторому оптимальному числу A :

$$\mathbf{E} \left(\sum_{k=1}^{\infty} X_k^t I\{t \in [\tau_k, \sigma_k]\} - A \right)^2 \rightarrow \min_{\mu, \lambda}.$$

Задача оптимизации решалась методом стохастического имитационного моделирования, так, в ходе имитационного моделирования были получены следующие результаты: при $t = 20$ $A = 5$ минимум достигается при $\lambda = 4,8$ и $\mu = 1,2$.

Представленная модель применяется в биостатистике, иллюстрируя гомеостатические механизмы поддержания числа здоровых клеток живого организма в тканях отдельных органов (в работе рассматривались эритроциты в крови).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 06-01-00338.