

**А. С. Андреев, Е. И. Беликова** (Ульяновск, УлГУ). **Задача о синтезе управления в автономной нелинейной системе.**

В докладе представлено развитие метода функций Ляпунова в задачах о синтезе управления и решение задач о построении синтезирующего управления для нелинейных механических систем.

Рассматривается управляемая система, возмущенное движение которой описывается уравнениями

$$\dot{\mathbf{x}} = X(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad X(\mathbf{0}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$  есть  $n$ -мерный вектор фазовых координат,  $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$  есть управляющее воздействие ( $\mathbf{R}^n$  и  $\mathbf{R}^m$  — линейные вещественные пространства с некоторыми нормами  $\|\mathbf{x}\|$  и  $\|\mathbf{u}\|$ ),  $X: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$  — непрерывная вектор-функция.

**Задача I** синтеза управляющего воздействия на конечном отрезке состоит в построении  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{u}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ , переводящего точки некоторой области  $\Gamma \subseteq \mathbf{R}^n$  в точку  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  за конечное нефиксированное время [1].

**Задача II** оптимального синтеза состоит в выборе из управлений, решающих задачу I, такого, при котором достигается минимум некоторого функционала  $I(\mathbf{u}) = \int_0^T \omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt$ , где  $T > 0$  есть конечное число,  $\omega: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^+$  есть некоторая неотрицательная функция, характеризующая качество переходного процесса.

Соответственно поставленным задачам введем выражения

$$W = \left( \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \right)' X, \quad B = \left( \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \right)' X + \omega.$$

Имеют место следующие утверждения, в которых  $h$  обозначает непрерывную строго монотонно возрастающую функцию  $h: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ ,  $h(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ , для которой  $\int_0^a h^{-1}(\tau) d\tau < +\infty$  при  $a > 0$ .

**Теорема 1.** Предположим, что можно найти такие функцию Ляпунова  $V = V^0(\mathbf{x}) \geq 0$  и управляющее воздействие  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0(\mathbf{x})$ , что:

1) движения системы (1) при  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0(\mathbf{x})$  из некоторой области  $\Gamma_0 = \{\|\mathbf{x}\| \leq H_0 > 0\}$  ограничены областью  $\Gamma = \{\|\mathbf{x}\| \leq H_1, H_0 \leq H_1 < H\}$ ;

2)  $W(\mathbf{x}, \mathbf{u}^0(\mathbf{x})) \leq -h(V^0(\mathbf{x}))$ ;

3) движения под действием  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0(\mathbf{x})$ , начинающиеся на множестве  $\{V^0(\mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in \Gamma_1\}$ , попадают в точку  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  за конечный отрезок времени.

Тогда  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0(\mathbf{x})$  решает задачу стабилизации на конечном отрезке времени.

**Теорема 2.** Допустим, что в теореме 1 вместо условия 2 выполнено предположение

2')  $B[\mathbf{x}, V^0(\mathbf{x}), \mathbf{u}] \geq 0$  для  $(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \in \Gamma_1 \times \mathbf{R}^m$ ,  $B[\mathbf{x}, V^0(\mathbf{x}), \mathbf{u}^0(\mathbf{x})] \equiv 0$ ,  $\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}^0(\mathbf{x})) \geq h(V^0(\mathbf{x}))$ .

Тогда  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0(\mathbf{x})$  решает задачу II.

Решаются различные задачи об управлении движением механическими системами, в том числе конкретные технические задачи.

Полученные в работе результаты развивают результаты работ [1–3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 08-01-00741.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коробов В. И. Общий подход к решению задачи синтеза ограниченных управлений в задаче управляемости. — Матем. сб., 1979, т. 109 (151), № 4 (8), с. 582–606.
2. Андреев А. С., Румянцев В. В. О стабилизации движения нестационарной управляемой системы. — Автомат. телемех., 2007, № 8, с. 18–31.
3. Румянцев В. В., Андреев А. С. О стабилизации движения нестационарной управляемой системы. — Докл. Академии наук, 2007, т. 416, № 5, с. 627–629.