

В. К. Доманский (Санкт-Петербург, СПбЭМИ РАН). **Игровые задачи остановки цепи Маркова.**

Игровые задачи остановки являются обобщениями задач оптимальной остановки случайных процессов с одним принимающим решения агентом (см., напр. Ширяев [1]), на случай, когда в принятии решения участвуют несколько лиц с несовпадающими интересами.

В работе рассматривается антагонистическая игровая задача остановки случайной последовательности в формулировке, восходящей к работе Дынкина [2]. Два игрока наблюдают последовательные состояния x_n , $n = 0, 1, 2, \dots$ однородной цепи Маркова с пространством состояний X , на котором заданы четыре функции представляющие собой платежи, соответствующие различным сочетаниям действий игроков.

Каждый из игроков может остановить цепь в любой момент. После остановки игра заканчивается и игрок 1 получает от игрока 2 сумму, зависящую от того, кто из игроков остановил цепь и от состояния цепи в момент остановки. Если оба игрока останавливают цепь одновременно, то игрок 1 выигрывает у игрока 2 сумму $a_{11}(x)$, где x — состояние цепи в момент остановки. Если первым остановившим является только игрок 1 или только игрок 2, то игрок 1 выигрывает, а игрок 2 проигрывает сумму, равную $a_{12}(x)$ или $a_{21}(x)$, соответственно.

Функция c определяет «выигрыш в бесконечности». Если ни один из игроков не останавливает цепь, то игрок 1 выигрывает сумму, равную $\lim_{n \rightarrow \infty} c(x_n)$. Функцию $c(x)$ можно считать гармонической функцией относительно переходного оператора P цепи Маркова, что гарантирует существование предела.

В работах Дынкина и его последователей предполагалось, что:

- а) выигрыши удовлетворяют соотношениям $a_{12}(x) \leq a_{11}(x) \leq a_{21}(x)$, гарантирующим разрешимость уравнения оптимальности с использованием только чистых стратегий;
- б) при бесконечном продолжении игры игрок 1 выигрывает нуль.

В настоящей работе получены условия, обеспечивающие существование значения и смешанных ε -оптимальных стратегий игроков с использованием рандомизированных моментов остановки, для семейства игр $\Gamma_c(x)$ остановки, параметризованных начальными состояниями $x_0 = x$ и функциями c . Исследуется асимптотическое поведение значения игры и его зависимость от функции c . Выясняется, что эта зависимость определяется как предельным поведением выигрышей, так и структурой переходных вероятностей рассматриваемой цепи. Дается исчерпывающее описание этой зависимости для случая платежных функций, принадлежащих классу L функций с ограниченным математическим ожиданием супремума модуля.

Далее мы рассматриваем игры $\Gamma_c(x)$ с платежами, удовлетворяющими условиям $a_{21}(x) = a_{12}(x) = 0$, $a_{11}(x), c(x) > 0$. Из вышеизложенных результатов следует, что, если платеж $a_{11}(x)$, принадлежит классу L , то при любом «выигрыше на бесконечности» $c(x)$ значение игры $v_c(x)$ равно нулю. Отказ от предположения $a_{11} \in L$ усложняет ситуацию, так как скорость роста этой функции оказывается дополнительным фактором, определяющим степень воздействия выигрыша на бесконечности $c(x)$ на значение $v_c(x)$ игры $\Gamma_c(x)$.

В работе автора [3] рассматривались некоторые частные примеры игр с неограниченными выигрышами, соответствующими одновременной остановке цепи обоими игроками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ширяев А. Н.* Статистический последовательный анализ. М.: Наука, 1976, 272 с.
2. *Дынкин Е. Б.* Игровой вариант задачи об оптимальной остановке. — ДАН СССР, 1969, т. 185, № 1, с. 16—19.
3. *Доманский В. К.* Рандомизированные оптимальные моменты для одного класса игр остановки. — Теория вероятн. и ее примен., 2001, т. 46, в. 4, с. 770—778.