Ф. С. Н а с ы р о в (Уфа, УГАТУ). **О решении систем стохастических дифференциальных уравнений с многомерным винеровским процессом.**

Пусть $W_1(s),\dots,W_N(s)$ $(s \in [0,T])$ — независимые винеровские процессы. Рассмотрим систему $d\eta_m(s) = \sum_{k=1}^{N} a_k^m(s,\eta_1(s),\eta_2(s),\dots,\eta_n(s)) * dW_k(s) + b^m(s,\eta_1(s),\eta_2(s),\dots,\eta_n(s))\,ds$, $m = 1,2,\dots,n$, стохастических дифференциальных уравнений в форме Стратоновича с начальными условиями $\eta_m(0) = \eta_m^0$, $m = 1,2,\dots,n$. Мы предполагаем, что коэффициенты системы удовлетворяют условиям, которые обеспечивают существование и единственность решения. Оказывается, можно искать решение системы в виде $\eta^m(s) = \varphi^m(s,W_1(s),\dots, W_N(s))$, где $\varphi^m(s,u_1,\dots,u_n)$ — неизвестные случайные функции, а решение системы находятся из цепочки систем обыкновенных дифференциальных уравнений (в дальнейшем — ОДУ) со случайными коэффициентами следующим образом.

Система ОДУ $(\varphi^m)'_{u_1}(s,u_1,W_2(s),\dots,W_N(s)) = a_k^m(s,\varphi^1(s,u_1,W_2(s),\dots,W_N(s)),\dots,\varphi^n(s, u_1,W_2(s),\dots,W_N(s)))$, $m = 1,2,\dots,n$, позволяет найти решения η_m с точностью до произвольных случайных функций $C_m^1(s,W_2(s),\dots,W_N(s))$: $\eta_m(s) = \varphi^m(s,u_1,C_1^1(s,W_2(s),\dots,W_N(s)),\dots,C_n^1(s,W_2(s),\dots,W_N(s)))$. Функции C_m^1, в свою очередь, с точностью до неизвестных функций $C_m^2(s,W_3(s),\dots,W_N(s))$ могут быть найдены из соотношений $(\varphi^m)'_{u_2}(s,W_1(s),u_2,W_3(s),\dots,W_N(s)) = a_k^m(s,\varphi^1(s,W_1(s),u_2,W_3(s),\dots,W_N(s)),\dots,\varphi^n(s,W_1(s),u_2,W_3(s),\dots,W_N(s)))$, $m = 1,2,\dots,n$, которые представляют собой (после несложных преобразований) систему ОДУ на функции $C_m^1(s,u_2,W_3(s),\dots,W_N(s))$. Таким образом, мы пришли с соотношениям $C_m^1 = C_m^1(s, u_2, C_1^2(s,W_3(s),\dots,W_N(s)),\dots,C_n^2(s,W_3(s),\dots,W_N(s)))$, причем функции C_m^2 находятся из следующей системы ОДУ. Продолжая этот процесс, мы построим функции $C_m^{N-1}(s,W_N(s)) = C_m^{N-1}(s,W_N(s),C_1^N(s),\dots,C_n^N(s))$, причем неизвестные функции $C_1^N(s),\dots,C_n^N(s)$ однозначным образом находятся из системы ОДУ на $C_1^N(s),\dots,C_n^N(s)$, которая в первоначальном виде выражается соотношениями $(\varphi^m)'_s(s,W_1(s),\dots,W_N(s)) = b^m(s,\varphi^1(s,W_1(s),\dots,W_N(s)),\dots,\varphi^n(s,W_1(s),\dots,W_N(s)))$, $m = 1,2\dots,n$, с начальными условиями $\varphi^m(0,W_1(0),\dots,W_N(0)) = \eta_m^0$, $m = 1,2,\dots,n$.

Тот факт, что мы, действительно, получили решение исходной системы, проверяется прямым образом подстановкой построенных случайных функций в систему и применением формулы стохастического дифференциала в форме Стратоновича. Предложенный метод является обобщением техники решения стохастических дифференциальных уравнений с одномерным винеровским процессом, рассмотренным в работе [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Насыров Ф. С.* Симметричные интегралы и стохастический анализ. — Теория вероятн. и ее примен., 2006, т. 51, в. 3, с. 496–517.