

Т. А. Ш о р н и к о в а (Пенза, ПГТА). **Управление и планирование диффузионными Марковскими потоками внутри многогранного угла $(q + r)$ -мерного пространства.**

Рассмотрим диффузионные процессы в случае, когда оцениваются вероятности исхода процесса, в котором участвуют q потоков одного вида и r потоков другого вида. В этом случае течение процесса описывается цепью Маркова с состояниями, расположенными внутри многогранного угла $(q + r)$ -мерного пространства.

Особенностью при переходе к диффузии в таких задачах является нелинейная замена переменных. Метод получения асимптотических формул для распределения вероятностей состоит в том, чтобы провести через начальную точку интегральную кривую и в пределе вдоль этой траектории отсчитывать время.

Численность потока первого вида в любой момент процесса есть m_1 а численность второго в текущий момент — $n_1, \dots, n_r$. Тогда распределение потока первого вида задается матрицей

$$N = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_r \\ \mu_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mu_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_r & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где λ_i — интенсивность i -го потока первого вида, μ_j — интенсивность j -го потока второго вида. Предполагается, что матрица N остается неизменной до полного исчезновения одного из участвующих в процессе $r + 1$ потоков, т. е. до момента τ обращения в 0 какого-либо из чисел $m_1, n_1, \dots, n_r$. После момента τ процесс предполагается между оставшимися потоками уже с другой матрицей N .

Последовательность состояний

$$K_0, K_1, K_2, \dots$$

в которых в ходе процесса поочередно оказывается вектор

$$K = (K_1, K_2, \dots, K_{r+1})^T = (m_1, n_1, \dots, n_r)^T,$$

составленный из численностей потоков, представляет собой цепь Маркова. Из состояния K со всеми положительными компонентами за один шаг возможен переход только в состояния $(m_1 - 1, n_1, n_2, \dots, n_r)^T$, $(m_1, n_1 - 1, n_2, \dots, n_r)^T$, $(m_1, n_1, n_2 - 1, \dots, n_r)^T$, $\dots$, $(m_1, n_1, n_2, \dots, n_r - 1)^T$, вектор $p = (q_1, p_1, \dots, p_r)^T$, составленный из вероятностей этих переходов, задается формулой

$$P = cN^*K,$$

где N^* — транспонированная матрица N , c нормирующий коэффициент, обеспечивающий равенство

$$q + \sum_{i=1}^r p_i = 1.$$

Зная начальные значения $M_1, N_1, \dots, N_r$, строим распределение вероятностей вектора K в момент τ , когда впервые одна из величин $m_1, n_1, \dots, n_r$ обращается в 0.

За новые координаты, измеряющие отклонение точки $(m_1, n_1, \dots, n_r)$ от первоначальной средней траектории, следует взять произвольные постоянные.

Тогда r -мерный случайный вектор $\xi = (\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_k, \dots, \xi_r) (k \neq j)$, где ξ_k определены формулами

$$\begin{aligned}\xi_0 &= m_{\text{кон.}}^2 - n_{\text{кон.}}^2, \\ \xi_k &= \lambda_j n_{k\text{кон.}} - \lambda_k n_{j\text{кон.}} (k = \overline{1, r}, k \neq j)\end{aligned}\quad (2)$$

и характеризуют положение значений в момент τ , асимптотически при $M + N \rightarrow \infty$ имеет нормальное распределение с математическими ожиданиями

$$\begin{aligned}a_0 &= M^2 - N^2, \\ a_k &= \lambda_j N_k - \lambda_k N_j. \quad (k = \overline{1, r} \quad k \neq j)\end{aligned}\quad (3)$$

Данная работа осуществляется с целью опубликования результатов исследования, осуществляемого при поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-2859. 2008.8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Майн Х., Осаки С. Марковские процессы принятия решений. М.: Наука, 1992.
2. Розанов Ю. А. Марковские случайные поля. М.: Наука, 1991.
3. Тихонов В. И. Марковские процессы. /В.И. Тихонов, М.А. Миронов. Сов. радио, 1989.