Е. И. У л и т и н а (Сочи, СГУТиКД). **Нестационарные периоды занятости в модели Клейнрока.**

М о д е л ь $M_r|G_r|1|\infty$. В одноканальную систему обслуживания с ожиданием поступают независимые пуассоновские потоки k-вызовов ($k=1,\dots,r$) с параметрами $a_1,\dots,a_r$ соответственно. Длительности обслуживания вызовов независимы, не зависят от процесса поступления и для k-вызовов имеют функцию распределения $B_k(x)$, $B_k(+0)=0$.

Интересна дисциплина с линейно зависящими от времени приоритетами. Поступивший в момент $\tau>0$ в модель k-вызов ($k=1,\dots,r$) в момент $t>\tau$ получает приоритет $b_k(t-\tau)$, $b_1\geqslant\cdots\geqslant b_1\geqslant 0$. Прерывания обслуживания не допускаются. В момент завершения обслуживания из очереди на прибор выбирается вызов с наибольшим приоритетом. «Крайними» случаями служат дисциплины FIFO и относительных приоритетов с дисциплиной FIFO внутри потоков.

Модель $M_r|G_r|1|\infty$ с рассмотренной дисциплиной называют *моделью Клейнрока.*

Обозначим $T_k(u)$ период занятости $\overline{1,k}$-вызовов с задержкой u. Пусть $\pi_k(s)$ ($k=1,\dots,r$, $s\geqslant 0$) — минимальный по абсолютному значению корень среди корней $x=x(s)$ функционального уравнения

$$\sigma_k x=\sum_{i=1}^{k}a_{ik}\beta_i(s+\sigma_k-\sigma_k x),$$

где $a_{ik}=a_i(1-b_{k+1}/b_i)$, $i=1,\dots,k$, $\sigma_k=a_{1k}+a_{2k}+\cdots+a_{kk}$, $b_{r+1}=0$, $\beta_k(s)=\int_0^\infty e^{-sx}\,dB_k(x)$, $s\geqslant 0$.

При $k=1,\dots,r$, $i=1,\dots,k$, $s\geqslant 0$ положим $m_k(s)=s+\sigma_k-\sigma_k\pi_k(s)$, $\pi_{ik}(s)=\beta_i(m_k(s))$ и введем в рассмотрение функции

$$y_k(s)=s+\sum_{i=1}^{k-1}(a_{ik}-a_{i,k-1})(1-\pi_{ik}(s))+a_{kk}(1-\pi_{kk}(s)).$$

Теорема. *При любых* $s_k\geqslant 0$ ($k=1,\dots,r$) *и* $0=u_0\leqslant u_1\leqslant\cdots\leqslant u_{r-1}$ *справедливо равенство*

$$\mathbf{E}\,\exp\Big\{-\sum_{i=1}^{r-1}s_iT_i(u_i))\Big\}$$
$$=\prod_{n=1}^{r-1}\exp\{-m_n(s_n+y_{n+1}(s_{n+1}+\cdots+y_{r-1}(s_{r-1})\cdots))(u_n-u_{n-1})\},$$

где $\mathbf{E}$ *— знак математического ожидания.*