М. А. Сумбатян, Н. А. Сайфутдинова (Ростов-на-Дону, ЮФУ, РГСУ). **Оптимальное распределение инвестиций и трудовых ресурсов в трехсекторной экономике.**

Рассмотрим трехсекторную модель экономики. Будем считать, в 1-м секторе производятся средства производства, во 2-м — предметы потребления, 3-й же является чисто затратным, это материальные и духовные факторы, необходимые для нормального функционирования первых двух секторов: наука, просвещение, образование, здравоохранение, расходы на содержание военно-промышленного комплекса и т. д. Пусть каждый из секторов описывается ПФ Кобба–Дугласа: $F_i = F_i(K_i, L_i) = A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{1-\alpha_i}$ $i = 1, 2, 3$, где K_i, L_i — соответственно объемы капитала и трудовых ресурсов каждого сектора. Ставится задача максимизации выпуска 2-го сектора F_2. Пусть функция накопления капитала 1-го сектора $K_1(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{dK_1}{dt} = s_1 A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{1-\alpha_1} - \mu_1 K_1, \tag{1}$$

где s_1 — доля выпуска 1-го сектора, инвестируемая в основные фонды 1-го сектора, μ_1 — доля амортизационных отчислений 1-го сектора. Аналогично, для 2-го сектора

$$\frac{dK_2}{dt} = s_2 A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{1-\alpha_1} - \mu_2 K_2, \tag{2}$$

т. е. в основные фонды 2-го сектора инвестируется s_2-я часть выпуска 1-го сектора. Остаток — $(1 - s_1 - s_2)F_1$ — инвестируется в основные фонды 3-го сектора:

$$\frac{dK_3}{dt} = (1 - s_1 - s_2) A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{1-\alpha_1} - \mu_3 K_3. \tag{3}$$

Будем считать, что общий объем трудовых ресурсов

$$L = L_1 + L_2 + L_3 \equiv \mathrm{const}, \quad L_1 = q_1 L, \quad L_2 = q_2 L, \quad L_3 = (1 - q_1 - q_2)L.$$

Тогда поставленная задача равносильна нахождению такого решения системы дифференциальных уравнений (1)–(3), которое максимизирует потребление (т. е. выпуск 2-го сектора) при условии, что выпуск 3-го сектора будет совпадать с величиной F_0 (будет находиться на некотором разумном уровне).

На стационарных траекториях при $t \to \infty$ (см. [1]) получаем условия

$$s_1 A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{1-\alpha_1} = \mu_1 K_1, \quad s_2 A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{1-\alpha_1} = \mu_2 K_2, \quad (1 - s_1 - s_2) A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{1-\alpha_1} = \mu_3 K_3.$$

Тогда поставленная задача равносильна следующей:

$$\max\{F_2\} \approx \max\, d(s_1, s_2, q_1, q_2), \quad \text{где} \tag{4}$$

$$d(s_1, s_2, q_1, q_2) = s_2 s_1^{\alpha_1/(1-\alpha_1)} q_1 q_2^{(1-\alpha_2)/\alpha_2}. \tag{5}$$

Тогда условие поддержания выпуска 3-го сектора на уровне F_0 равносильно условию

$$(1 - s_1 - s_2) s_1^{\alpha_1/(1-\alpha_1)} q_1 (1 - q_1 - q_2)^{(1-\alpha_3)/\alpha_3} = r_0. \tag{6}$$

Решая задачу (4)–(5) при условии (6) методом неопределенных множителей Лагранжа (см., например, [2]), мы получаем

$$s_1^* = \alpha_1, \quad s_2^* = \frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{1-\alpha_2}\,\frac{q_2^*}{q_1^*},$$

$$q_1^* = \alpha_2 + \frac{(\alpha_3 - \alpha_2) r_0^{\alpha_3}}{\alpha_3^{\alpha_3} (1-\alpha_3)^{(1-\alpha_3)} \alpha_1^{\alpha_1 \alpha_3 (1-\alpha_1)} (1-\alpha_1)^{\alpha_3}},$$

$$\frac{q_2^*}{1-\alpha_2} = 1 - \frac{r_0^{\alpha_3}}{\alpha_3^{\alpha_3} (1-\alpha_3)^{(1-\alpha_3)} \alpha_1^{\alpha_1 \alpha_3 (1-\alpha_1)} (1-\alpha_1)^{\alpha_3}}.$$

Тогда максимальное значение функции (5) при условии (6)

$$\begin{aligned} d^* &= \alpha_2 (1-\alpha_1) \alpha_1^{\alpha_1 (1-\alpha_1)} (1-\alpha_2)^{(1-\alpha_2)/\alpha_2} \\ &\times \left[1 - \frac{r_0^{\alpha_3}}{\alpha_3^{\alpha_3} (1-\alpha_3)^{(1-\alpha_3)} \alpha_1^{\alpha_1 \alpha_3 (1-\alpha_1)} (1-\alpha_1)^{\alpha_3}} \right]^{1/\alpha_2}. \end{aligned} \tag{7}$$

Из вида данной функции следует, что при неизменных условиях производства в 1-м и во 2-м секторе (при условии, что α_1 и α_2 не изменяются), значение d^* зависит от выражения в квадратных скобках (из (7)). Можно показать, что это значение тем больше, чем больше величина α_3, т. е. в 3-м секторе должны быть созданы такие условия, что влияние капитала на выпуск значительно сильнее, чем влияние на выпуск трудовых ресурсов. Итак, в условиях нашей задачи технологии, применяемые в образовании, здравоохранении, науке и т. п., должны соответствовать значительному повышению влияния фактора капитал.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ашманов С. А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.
2. *Гилл Ф.*, *Мюррей У.*, *Райт М.* Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.