

А. В. М а л и к о в, Н. И. Ш л я х о в а (Ставрополь, СевКавГТУ).
Разработка метода построения функций принадлежности нечетких множеств на основе модификации метода попарных сравнений и прямого группового метода.

Для многих плохоформализованных задач возникает необходимость построения функций принадлежности нечетких множеств. Очень часто для построения функций принадлежности использование прямых методов затруднено, так как обычно характеристики исследуемой системы задаются в лингвистической форме, а если возможно измерить характеристики отдельных составляющих системы, то, учитывая ее размеры и сложность, построение интегральных характеристик затруднено. Поэтому обычно предпочтение отдается косвенным методам построения функции принадлежности, в частности, методу попарных сравнений.

Пусть существует начальный набор реализаций (параметров) p_i исследуемой системы. Пусть для функций принадлежности параметров p_1 и p_2 справедливо $p_1 = f(p_2) \Rightarrow p_2 = f^{-1}(p_1)$, или $f(p_1) = f(p_2)$ для любых значений p_1 и p_2 , тогда параметры могут быть однозначно вычислены на основе значений известных параметров. Для корректного их определения выделяются все избыточные группы (двойки, тройки и т.д.) коррелируемых параметров, в каждой из которых выбирается единственный параметр.

Вычисление значений функций принадлежности всех параметров представляется достаточно сложной (с вычислительной точки зрения) задачей. Если учесть взаимоотношения только между отдельными параметрами, то вычислительная сложность оценивается как $\sum_{i=1}^{n_r} (i-1)$, где n_r — мощность множества реализаций исследуемой системы, а так как существуют взаимоотношения еще и между подмножествами параметров, то вычислительная сложность оценивается экспоненциальными функциями.

Оценку значений функции принадлежности можно производить обычным голосованием экспертов с использованием матриц попарных сравнений. Матрицы являются квадратными и построены таким образом, что все отдельные реализации объекта отмечены дважды в строках и столбцах. В каждой ячейке человек-эксперт сравнивает только два параметра между собой, присваивая текущему отношению определенный вес (по умолчанию, если присвоен вес более 1, то реализация, указанная в строке более важна, чем указанная в столбце).

Такое построение матрицы определяет существование двух дополнительных корреляций между реализациями объекта.

Во-первых, матрица должна быть симметричной. Благодаря чему, сложность ее заполнения полиномиальная и оценивается не как n_r^2 , а $\sum_{i=1}^{n_r} (i-1)$ — неизбыточное сравнение всех отношений между реализациями объекта без учета отношений между подмножествами: $\sum_{i=1}^{n_r} (i-1) \approx \frac{n_r^2}{2}$, но $\sum_{i=1}^{n_r} (i-1) < \frac{n_r^2}{2}$.

Во-вторых, существуют корреляции между подмножествами реализаций объекта. Пусть для двух отношений $\{p_a - p_b, p_b - p_c\}$ определены значения функции принадлежности $\{x_1, x_2\}$ соответственно. Тогда без дополнительных затрат может быть определено значение функции принадлежности x_3 отношения $p_a - p_c$, как $x_3 = \frac{1}{x_1 * x_2}$, и сложность задачи выражается полиномом первой степени и равняется $n-1$ (достаточно было бы заполнить менее одной строки матрицы). Предположим, что эксперт, руководствуясь собственными соображениями, специально завышает значение функции принадлежности реализации объекта p_a по отношению к остальным реализациям, в итоге все реализации, кроме p_a , будут иметь одинаковый минимальный вес, что, по всей видимости, не соответствует действительности. При дальнейшем сравнении оставшихся реализаций объекта эксперт самостоятельно снижает уровень внесенной ошибки, т. к. более не сравнивает специальным образом завышаемую/занижаемую реализацию объекта p_a .

Алгоритм обработки заполненных экспертами матриц:

1. Для каждой строки подсчитывается сумма весов.
2. Подсчитывается общая сумма весов всех ячеек матрицы.
3. Для каждой реализации определяется нормированное значение функции принадлежности как отношение суммы значений по строке к сумме значений всей матрицы.
4. Подсчитывается среднее значение функции принадлежности каждой реализации объекта для всех заполненных матриц.

При экспоненциальной сложности задачи построения функции принадлежности предложенный модифицированный метод построения матриц попарных сравнений имеет полиномиальную сложность порядка

$$\sum_{i=1}^{n_r} (i-1) \approx \frac{n_r^2}{2}, \quad \sum_{i=1}^{n_r} (i-1) = \frac{n_r^2 - n_r}{2} = \frac{n_r(n_r - 1)}{2}.$$