

Р. Б. З а й н е т д и н о в (Ульяновск, УлГУ). **Об управлении движением материальной точки переменной массы в гравитационном поле Земли.**

В качестве простейшей модели движения спутника на активном участке полета может быть принято движение материальной точки переменной массы в гравитационном поле Земли.

Рассмотрим задачу о стабилизации заданного поступательного движения спутника при таком моделировании. Будем полагать, что на спутник, кроме гравитационной и реактивной сил, действует также сила сопротивления атмосферы.

В качестве координат, описывающих положение спутника как материальной точки, примем цилиндрические координаты r, φ, z [1]. Уравнения движения могут быть представлены в виде [1]

$$\begin{aligned}\ddot{r} &= -\frac{\mu r}{\sqrt{(r^2 + z^2)^3}} + \frac{V_\tau^2}{2} - \frac{1}{m(t)} f(t, V) \dot{r} + \frac{1}{m(t)} \Psi^r, \\ \dot{V}_\tau &= -\frac{\dot{r}}{r} V_\tau - \frac{1}{m(t)} f(t, V) V_\tau + \frac{1}{m(t)} \Psi^\tau, \\ \ddot{z} &= -\frac{\mu z}{\sqrt{(r^2 + z^2)^3}} - \frac{1}{m(t)} f(t, V) \dot{z} + \frac{1}{m(t)} \Psi^z,\end{aligned}\tag{1}$$

где $V_\tau = r\dot{\varphi}$, μ — гравитационная постоянная, $m = m(t)$ — переменная масса точки, $\bar{F} = -f(t, V)\bar{V}$ — сила сопротивления атмосферы, $V^2 = \dot{r}^2 + V_\tau^2 + \dot{z}^2$, $\bar{\Psi} = (\Psi^r, \Psi^\tau, \Psi^z)$ — реактивная сила. При $\bar{\Psi} = \bar{F} = 0$ уравнение (1) имеет решение

$$r = r_0 = \text{const} > 0, \quad V_\tau = V_{\tau 0} = r_0 \dot{\varphi}_0 = \text{const}, \quad z = 0, \quad \mu = r_0 V_{\tau 0}^2,\tag{2}$$

в котором точка движется по круговой орбите. При $f \neq 0$ это движение имеет место, если $\Psi_0^r = \Psi_0^z = 0$, $\Psi_0^\tau = f(t, V_{\tau 0}) V_{\tau 0}$.

На основе построения функции Ляпунова и применения теоремы об асимптотической устойчивости из [2] получено, что при условиях

$$f(t, V) \geq f_0 > 0, \quad \Psi^r = -\alpha(r - r_0), \quad \alpha > \frac{\mu}{r_0^2}, \quad \Psi^\tau = \Psi^z = 0$$

или

$$f = 0, \quad \Psi^r = -\alpha(r - r_0), \quad \Psi^\tau = -\beta(V - V_\tau), \quad \Psi^z = 0, \quad \beta > 0$$

стационарное движение (2) будет равномерно асимптотически устойчиво.

Получены также условия стабилизации движения материальной точки по заданным кеплеровой и некеплеровой орбитам.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 08-01-00741.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маркеев А. П. Теоретическая механика. М.: Наука, 1990.
2. Андреев А. С., Перегудова О. А. К методу сравнения в задачах об асимптотической устойчивости. — ПММ, 2006, т. 70, в. 6, с. 965–976.