

В. Н. Колодежнов, С. С. Капраников (Воронеж, ВГТА).
Моделирование напорного течения жидкости с пределом применимости ньютоновской модели в цилиндрическом канале.

Рассматривалось одномерное, установившееся течение жидкости, вязкость которой в безразмерном виде зависит от скорости сдвига следующим образом:

$$\mu'(\dot{\gamma}') = \frac{\mu(\dot{\gamma})}{\mu_1} = \begin{cases} 1, & 0 < -\dot{\gamma}' < \dot{\gamma}'_0, \\ 1 + \mu'_0(2 + \dot{\gamma}'/\dot{\gamma}'_0 + \dot{\gamma}'_0/\dot{\gamma}'), & -\dot{\gamma}' > \dot{\gamma}'_0, \end{cases} \quad \dot{\gamma}' = \frac{du'}{dr'}, \quad (1)$$

где μ_1 — ньютоновская вязкость жидкости при достаточно малых (по модулю) значениях скорости сдвига $\dot{\gamma}' < 0$; μ'_0 — реологическая константа; $u'(r')$ — скорость, представляющая собой функцию радиальной координаты r' ; $\dot{\gamma}'_0 > 0$ — пороговое значение скорости сдвига. Здесь и далее верхним штрихом обозначены безразмерные величины.

В аналогичном виде зависимость вязкости от скорости сдвига принималась в работах [1], [2]. Представление вязкости в форме (1) означает, что область течения жидкости должна быть разбита на две зоны. В той зоне, где выполняется условие $0 < -\dot{\gamma}' < \dot{\gamma}'_0$, жидкость проявляет ньютоновские свойства, а там, где выполняется условие $-\dot{\gamma}' > \dot{\gamma}'_0$, течение описывается в рамках модели неньютоновской жидкости. На границе же этих областей должно выполняться условие $\dot{\gamma}' = -\dot{\gamma}'_0$. Учитывая осевую симметрию, предполагается, что граница раздела этих зон представляет собой цилиндрическую поверхность неизвестного пока радиуса R'_μ . Тогда распределение скорости течения жидкости по сечению канала удобно искать в виде

$$u'(r') = \begin{cases} u'_1(r'), & 0 < r' < R'_\mu, \\ u'_2(r'), & R'_\mu < r' < R', \end{cases}$$

где $u'_1(r')$, $u'_2(r')$ — соответственно, скорость в зоне ньютоновского течения в центральной части канала радиуса R'_μ , а также скорость в кольцевой периферийной зоне неньютоновского течения.

В ходе решения задачи было показано, что распределение скорости течения жидкости такого рода в цилиндрическом канале описывается следующим выражением:

$$u'_1(r') = -\frac{La K_G}{16}(r')^2 + C_1, \quad u'_2(r') = \beta(1 - r') - \int_{r'}^1 \sqrt{\beta^2 - f(r', C_2)} dr',$$

$$La = \frac{2R \Delta P}{\mu_1 u_S}, \quad K_G = \frac{2R}{L}, \quad R'_\mu = \frac{8\dot{\gamma}'_0}{K_G La}, \quad \beta = \dot{\gamma}'_0 \frac{1 + 2\mu'_0}{2\mu'_0},$$

$$r' = \frac{r}{R}, \quad f(r, C_2) = (\dot{\gamma}'_0) + \frac{K_G La \dot{\gamma}' r'}{8\mu'_0} - \frac{C_2 La \dot{\gamma}'_0}{2\mu'_0 r'},$$

где La — критерий Лагранжа; K_G — геометрический параметр; R — радиус канала; ΔP — перепад давления на длине канала L ; u_S — характерное значение скорости жидкости. Константы C_1 C_2 определяются из граничных условий.

Особенностью рассмотренной реологической модели (1) является необходимость выполнения условия безусловной положительности динамической вязкости. Это приводит к следующему ограничению на область значений скорости сдвига:

$$-\frac{2\mu'_0 + 1 + \sqrt{4\mu'_0 + 1}}{2\mu'_0} < \frac{\dot{\gamma}'}{\dot{\gamma}'_0} < -1,$$

при которых допустимо использовать полученное решение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузин В. Г. Движение нелинейно-вязкой жидкости в цилиндрическом канале в условиях скольжения. — Прикладная механика, 1980, т XVI, № 1, с. 106–112.
2. Литвинов В. Г. Движение нелинейно-вязкой жидкости. М.: Наука, 1982, 376 с.