

В. Н. Колодежнов (Воронеж, ВГТА). **Трехкомпонентные гиперкомплексные числа на двумерной плоскости и анализ результатов численных экспериментов по визуализации фрактальных границ в рамках традиционного итерационного процесса.**

Рассматривается система трехкомпонентных гиперкомплексных чисел X вида

$$X = \{x_1, x_2, x_3\} = \sum_{j=1}^3 s_j x_j, \quad x_j \geq 0, \quad (1)$$

где x_j — компоненты гиперкомплексного числа, принимаемые из подмножества неотрицательных действительных чисел; s_j — базисные единицы, отождествляемые в некотором смысле со знаками компонент. В [1] приводится аксиоматика, определяются основные операции над объектами (1) и обосновывается возможность их геометрической интерпретации точками на двумерной плоскости с введением на ней «трехлучевой» системы координат $OX_1X_2X_3$. Для определенности, луч OX_1 такой системы совмещается с положительным направлением оси OX декартовой системы отсчета XOY .

Если перемножение базисных единиц постулируется в форме

$$s_1 s_1 = s_2 s_3 = s_3 s_2 = s_1 = 1, \quad s_2 s_2 = s_1 s_3 = s_3 s_1 = s_3, \quad s_3 s_3 = s_1 s_2 = s_2 s_1 = s_2, \quad (2)$$

то можно показать, что между такими гиперкомплексными числами вида (1) и традиционными комплексными числами устанавливается взаимно однозначное соответствие. Иначе говоря, объекты (1) с учетом (2) представляют собой еще одну форму записи комплексных чисел, наряду с координатной, тригонометрической и экспоненциальной.

Если же перемножение базисных единиц постулируется следующим образом:

$$s_1 s_1 = s_2 s_3 = s_3 s_2 = s_1 = 1, \quad s_2 s_2 = s_1 s_3 = s_3 s_1 = s_2, \quad s_3 s_3 = s_1 s_2 = s_2 s_1 = s_3, \quad (3)$$

то (1) образуют самостоятельную числовую систему, отличную от известных систем комплексных, двойных и дуальных чисел, интерпретируемых точками на двумерной плоскости.

Для объектов (1) рассматривался традиционный итерационный процесс вида

$$X_{n+1} = X_n^2 + C, \quad n = 1, 2, \dots, \quad X_1 = 0, \quad (4)$$

где C — гиперкомплексная константа. Если выполняются условия (2), то область сходимости, как и следовало ожидать, приводится к множеству Мандельброта. Если же принимаются условия (3), то область сходимости принимает вид «трехлистника», представленного на рис.

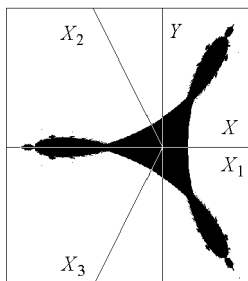


Рис. Вид множества, соответствующего итерационному процессу (4) для (1) с учетом (3)

Рассматривались спиральные структуры фрактальных границ этого множества с точки зрения их эволюции в зависимости от общего числа итераций. Было также установлено, что фрактальные границы этого множества содержат уменьшенные структуры типа множества Мандельброта. Что же касается традиционного множества Мандельброта для комплексных чисел, то на его границах уменьшенные структуры типа «трехлистника» не обнаружены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колодежнов В. Н.* Об одной системе гиперкомплексных чисел на двумерной плоскости. — Вестник Воронежского государственного технического университета, 2006, т. 2, № 5, с. 25–30.