

В. П. Корнеев (Москва, РАГС при Президенте РФ). **Метод косвенных предпочтений.**

Предлагается новый метод решения многокритериальных задач ранжирования объектов произвольной природы (альтернатив, вариантов решений, стратегий развития и т. п.). Метод косвенных предпочтений относится к интегральным методам решения многокритериальных задач и отличается от метода анализа иерархий Т. Саати [4] и метода «Паттерн» процедурой вычисления интегральных весов для концевых вершин дерева критериев важности, не приводящей к нарушению важности (предпочтительности) критериев в шкале отношений, свойственной методу «Паттерн» [2].

Формально постановка многокритериальной задачи сводится к выбору стратегии x^* из множества допустимых стратегий X_β , обеспечивающей экстремальное значение векторному целевому показателю $f(x)$, компоненты которого в общем случае представлены в несоизмеримых шкалах: $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_N(x)) \rightarrow \text{extr}_{x \in X_\beta}$, где X_β — конечное множество допустимых вариантов (альтернатив).

Основная сложность решения многокритериальных задач оптимизации заключается в том, что в этих задачах, в отличие от однокритериальных задач, появляется эффект несравнимости решений (вариантов, альтернатив) [2], [3], [5]. В этом случае выбор окончательного (единственного) решения целесообразно производить из множества Парето (множества эффективных решений), которое можно считать обобщением понятия множества точек экстремума обычной не векторной функции [1]. При этом возникает проблема сужения множества Парето, так как, не прибегая к дополнительной информации о задаче, чисто формальными методами выделить окончательно единственное решение не представляется возможным.

Идея метода косвенных предпочтений заключается в том, что вначале локально на основе предпочтительности (важности) критериев, входящих в каждый куст дерева критериев, на любом уровне экспертно методом парных сравнений задается предпочтительность одного критерия перед другим количественно величиной w_{ij} в шкале отношений. При вычислении интегральных весов концевых критериев обеспечивается их упорядоченность по важности в шкале отношений и в соответствии с их иерархией в дереве критериев, т. е. менее важные вершины имеют меньший интегральный вес, чем подвершины более важных вершин.

Цель настоящего сообщения — привести теоретический результат о том, что при вычислении интегральных весов важности концевых критериев через локальные веса иерархического дерева важности не нарушается важность (предпочтительность) критериев в шкале отношений.

Пусть $ID = \langle D, \{R_V^{(i)}\} \rangle$ — иерархическое дерево критериев, где D — дерево, отражающее иерархию (важность) критериев по уровням, а $R_V^{(i)}$ — отношение важности (предпочтительности) критериев i -го уровня, заданное в соответствии с лексикографическим порядком номеров критериев (уровней); $F_{(i_1 \dots i_{\nu+1})}$ — подвершина вершины $F_{(i_1 \dots i_\nu)}$; $n_{F_{(i_1 \dots i_\nu)}}$ — число подвершин у вершины $F_{(i_1 \dots i_\nu)}$; $w(F_{(i_1 \dots i_{\nu+1})})$ — вес вершины $(\nu+1)$ -го уровня, являющейся подвершиной вершины $F_{(i_1, \dots, i_\nu)}$ ν -го уровня дерева D ($i_{\nu+1} = 1, \dots, n_{F_{(i_1 \dots i_\nu)}}$); $w(f_{(i_1 \dots i_\nu)})$ — веса концевых вершин n -го уровня ($i_\nu = 1, \dots, n_{F_{(i_1 \dots i_{\nu-1})}}$), являющиеся подвершинами вершин $F_{(i_1 \dots i_{\nu-1})}$ $(n-1)$ -го уровня дерева D ; n — число уровней в дереве, причем для весов подвершин, входящих в $F_{(i_1 \dots i_{\nu-1})}$ -й куст дерева, в соответствии с их важностью справедливы соотношения

$$w(f_{(i_1 \dots i_{n-1} k)}) \geq w(f_{(i_1 \dots i_{n-1} j)}) \quad \text{для всех } k < j, \quad j, k = 1, 2, \dots, n_{F_{(i_1 \dots i_{n-1})}}.$$

Теорема. (об упорядочения косвенных весов важности критериев) Пусть локальные и смежные метризованные веса для концевых вершин дерева критериев

получены по формулам

$$w_{n_{p-1}+k, n_{p-1}+j} = \frac{w(f_{(n_{p-1}+k)})}{w(f_{(n_{p-1}+j)})}, \quad k > j, \quad j, k = 1, 2, \dots, n_p,$$

$$\begin{aligned} w_{n_{p-1}+k, n_{p-1}+k} &\geq w_{n_{p-1}+k+1, n_{p-1}+k} \geq \dots \\ &\geq w_{n_{p-1}+k+l, n_{p-1}+k} \geq \dots \geq w_{n_{p-1}+n_p, n_{p-1}+k}. \end{aligned}$$

Тогда элементы первого столбца M_1 ,

$$M_1 = (w_{1,1}, \dots, w_{n_1,1}, w_{n_1+1,1}, \dots, w_{n_1+n_2,1}, \dots, w_{\sum_{j=1}^{g-1} n_j+1,1}, \dots, w_{\sum_{j=1}^g n_j,1})^T,$$

матрицы метрических весов M критериев, включая и элементы с номерами m , вычисляются по формулам $w_{m,1} = w_{m,m-1} w_{m-1,1}$, где $n_1 < m \leq n_1 + n_2 + \dots + n_g$, и представляют собой монотонно убывающую последовательность метрических весов в соответствии с номерами критериев в дереве критериев:

$$w_{1,1} \geq \dots \geq w_{n_1,1} \geq w_{n_1+1,1} \geq \dots \geq w_{n_1+n_2,1} \geq \dots \geq w_{\sum_{j=1}^{g-1} n_j+1,1} \geq \dots \geq w_{\sum_{j=1}^g n_j,1}.$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. базируется на мультипликативных свойствах метризованного отношения и приведено в [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корнеев В. П. Методы оптимизации. М.: Высшая школа, 2007, 664 с.
2. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. М.: Логос, 2002, 392 с.
3. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982, 256 с.
4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993, 109 с.
5. Fleming P. J. Application of Multiobjective Optimization to Compensator Design for SISO Control Systems. — Electronics Letters, 1986, v. 22, № 5, p. 258–259.