П. А. Л е в и н, И. В. П а в л о в (Москва, МГТУ). **Интервальное оценивание и прогноз показателей ресурса технической системы в переменном режиме функционирования.**

Рассматривается техническая система, функционирующая в переменном режиме. Предполагается, что система может работать в одном из m возможных режимов. В момент V_j происходит переключение с j-го на $(j+1)$-й режим. На интервале времени (V_{j-1}, V_j) система работает в j-м режиме с постоянной нагрузкой U_j и интенсивностью отказов λ_j, $j = 1, \ldots, m$. При этом все моменты переключения режимов V_j известны. Предполагается, что испытания системы в j-м режиме проводятся по стандартным планам испытаний $[N_j R T_j]$ (см., например, [1]).

В рамках общего метода доверительных множеств в работах [3], [4] были предложены два основных подхода — модифицированный метод прямоугольника (ММП) и модифицированный метод плоскости (ММПЛ), которые позволяют строить нижнюю γ-доверительную границу для функции надежности системы, функционирующей в переменном режиме $R(\vec{\lambda}, t)$ для каждого фиксированного момента времени $t > 0$. Полученные ранее в [3], [4] доверительные границы для функции надежности системы, вообще говоря, еще не позволяют строить соответствующие доверительные границы для таких показателей, как средний и q-процентный ресурсы, т. к. указанные границы являются доверительными границами функции надежности для каждого фиксированного момента времени t, но не дают еще доверительной полосы для $R(t)$. В работе, представленной данным сообщением, показывается, что для обоих указанных выше методов (ММП и ММПЛ) построенная нижняя γ-доверительная граница $\underline{R}(\vec{d}, t)$ фактически удовлетворяет более сильному неравенству $\mathbf{P}\{\underline{R}(\vec{d}, t) \leqslant R(\vec{\lambda}, t)$ при всех $t > 0\} \geqslant \gamma$ при любом $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m)$, где $\vec{d} = (d_1, d_2, \ldots, d_m)$ — вектор результатов испытаний системы в различных режимах. Другими словами, $\underline{R}(\vec{d}, t)$ даст соответствующую γ-доверительную полосу для функции надежности системы в переменном режиме $R(\vec{\lambda}, t)$.

Далее на основе построенной доверительной полосы $\underline{R}(\vec{d}, t)$, $t > 0$, достаточно просто могут быть построены соответствующие доверительные границы для основных показателей ресурса системы в переменном режиме функционирования. Нижняя γ-доверительная граница для среднего ресурса μ системы в переменном режиме находится по формуле $\underline{\mu}(\vec{d}) = \int_0^\infty \underline{R}(\vec{d}, t)\, dt$. Аналогично, нижняя γ-доверительная граница $\underline{t}_q = \underline{t}_q(\vec{d})$ для q-процентного ресурса t_q системы в переменном режиме определяется как решение уравнения $\underline{R}(\vec{d}, t) = q$ относительно t.

Рассмотрим далее также важный частный случай, когда известно, что на систему действует один основной определяющий внешний переменный фактор, например, действующая на систему внешняя нагрузка U. При этом интенсивность отказов системы λ_j в том или ином режиме определяется действующей на систему в этом режиме нагрузкой, другими словами, $\lambda_j = \lambda(U_j)$, где U_j — нагрузка, действующая на систему в j-м режиме, $\lambda(U)$ — некоторая монотонно возрастающая (не обязательно строго) функция нагрузки U. При этом точный вид функции $\lambda(U)$ чаще всего не известен. В силу монотонной зависимости функции интенсивности отказов от действующей на систему нагрузки U, параметры интенсивности отказов системы в различных режимах могут считаться упорядоченными, например, $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \cdots \leqslant \lambda_m$.

С учетом этих дополнительных неравенств, рассмотренные в [3], [4] системы γ-доверительных множеств в этом случае задаются следующими ограничениями для ММП:

$$0 \leqslant \lambda_j \leqslant \overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0), \qquad j = 1, \ldots, m, \quad \lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \cdots \leqslant \lambda_m,$$

где $\gamma = \gamma_0^m$, и $\overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0) = \chi^2_\gamma(2d_j + 2)/(2N_j T_j)$ — верхняя γ-доверительная граница для параметра интенсивности отказов λ_j (j-го режима), $\chi^2_\gamma(n)$ — квантиль уровня γ

для χ^2-распределения с n степенями свободы. Для ММПЛ:

$$2\sum_{j=1}^{m} N_j T_j \lambda_i \leqslant \chi^2_\gamma\Bigl(2\sum_{j=1}^{m} d_j + 2\Bigr), \qquad j = 1, \ldots, m, \quad \lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \cdots \leqslant \lambda_m.$$

После чего нижняя доверительная граница $\underline{R}(\vec{d}, t)$ для функции надежности системы определяется как $\underline{R}(\vec{d}, t) = \exp\{-\overline{f}(\vec{d}, t)\}$, где $\overline{f}(\vec{d}, t) = \max_{\vec{\lambda}} f(\vec{\lambda}, t)$, максимум берется при указанных выше ограничениях на вектор параметров $\vec{\lambda}$, $f(\vec{\lambda}, t)$ — функция ресурса системы в переменном режиме: $f(\vec{\lambda}, t) = \sum_{j=1}^{m} b_j \lambda_j$, где $b_j = [\min\{V_{j+1}, t\} - V_j]^+$, где используется обозначение $z^+ = \max\{z, 0\}$ — положительная частьz.

Далее соответствующие нижние доверительные границы $\underline{\mu} = \underline{\mu}(\vec{d})$ и $\underline{t}_q = \underline{t}_q(\vec{d})$ для основных показателей ресурса μ и t_q системы в переменном режиме снова могут вычисляться по предыдущим формулам.

Вычисление доверительных границ для основных показателей остаточного ресурса в переменном режиме. Предположим, что система выработала ресурс τ. Тогда остаточная функция надежности системы в переменном режиме функционирования $P_\tau(t)$ может быть найдена на основе известной формулы $P_\tau(t) = \exp\{-\Lambda(t + \tau) - \Lambda(t)\}$, где $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(z)\,dz$ — «функция ресурса» системы, $\lambda(t)$ — функция интенсивности отказов системы в переменном режиме, откуда находим $P_\tau(\vec{\lambda}, t) = \exp\{-g(\tau, \vec{\lambda}, t)\}$, где $g(\tau, \vec{\lambda}, t) = \sum_{j=1}^{m} b_j \lambda_j$ — остаточная функция ресурса системы в переменном режиме, а коэффициент b_j — длина интервала времени, образуемого путем пересечения интервала $(t, t + \tau)$ и интервала j-го режима (V_j, V_{j+1}). Другими словами, $b_j = [\min\{V_{j+1}, \tau + t\} - \max\{V_j, \tau\}]^+$. Далее рассмотренные выше подходы могут напрямую применяться и для построения нижней γ-доверительной границы для остаточной функции надежности, а затем для среднего и q-процентного ресурса системы в переменном режиме.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05–08–50133а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гнеденко Б. В.*, *Беляев Ю. К.*, *Соловьев А. Д.* Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965, 524 с.
2. *Павлов И. В.* Статистические методы оценки надежности сложных систем. М.: Радиосвязь, 1982, 168 с.
3. *Павлов И. В.*, *Левин П. А.* Доверительное оценивание надежности системы в переменном режиме работы по результатам ее испытаний в отдельных режимах. — В сб. трудов международного симпозиума «Надежность и качество» (Пенза, май 2006 г.). Пенза: изд-во ПГУ, 2006, с. 26–28.
4. *Павлов И. В*, *Левин П. А.* Оценка надежности технической системы в переменном режиме функционирования. — В сб. научных трудов четвертой всероссийской конференции «Необратимые процессы в природе и технике» (Москва, январь 2007 г.). М.: ФИАН, 2007, с. 406–409.
5. *Беляев Ю. К.* Доверительные интервалы для функций от многих неизвестных параметров. — Доклады АН СССР, 1967, т. 196, № 4, с. 755–758.
6. *Павлов И. В.* Интервальное оценивание квазивыпуклых функций в задачах надежности. — Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1979, № 3.
7. *Pavlov I. V.*, *Teskin O. I.*, *Ukolov S. N.* A comparison of some exact and approximate methods for calculating confidence bounds for system reliability based on component test data. — In: Prodeedings of the first international conference MMR'97. Bucharest: Romania, 1997, p. 231–236.