

В. Н. Лебединцев, А. В. Кармазин, В. Н. Кармазин
(Краснодар, КубГУ). **Об одном подходе к определению интенсивности источника загрязняющей примеси.**

В ограниченной трехмерной области $D = G \times [0, H]$, $t \in [0, T]$, рассмотрим полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial q}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial q}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial q}{\partial z} \right) = f(x, y, z)g(t)$$

при следующих условиях:

$$q|_{t=0}=0, \quad K_z(x, y, 0) \frac{\partial q}{\partial z} - \beta(x, y)q=0 \quad \text{при } z=0, \quad \frac{\partial q}{\partial z}=0 \quad \text{при } z=H, \quad q|_S=0,$$

где $q(x, y, z, t)$ — искомое поле концентрации загрязняющей примеси; (u, v, w) — заданный вектор скорости ветра, (K_x, K_y, K_z) — известный вектор коэффициентов турбулентной диффузии; β — известный коэффициент, характеризующий взаимодействие примеси с подстилающей поверхностью ($z = 0$); f — известная функция, характеризующая действие источников примеси, расположенных в приземном слое атмосферы, g — искомая интенсивность действия источника.

Пусть имеются данные измерений концентрации примеси в пункте наблюдения $\varphi(t_j) = q(x_0, y_0, z_0, t_j)$, в дискретные моменты времени $t_j \in [0, T]$, $j = 1, 2, \dots, m$. Причем вместо точных значений $\varphi(t_j)$ известны их приближения $\tilde{\varphi}(t_j)$, удовлетворяющие условию: $|\tilde{\varphi}(t_j) - \varphi(t_j)| \leq \delta$. Будем предполагать, что пункт наблюдения находится в зоне действия источника, т. е. $f(x_0, y_0, z_0) \neq 0$. Требуется, зная величины T , δ и измерения $\tilde{\varphi}(t_j)$, $j = 1, 2, \dots, m$, оценить интенсивность $g(t)$, а также соответствующее поле концентрации $q(x, y, z, t; g(t); f(x, y, z))$. Эта задача является корректно поставленной в предположении достаточной гладкости функции $f(x, y, z)$.

Решение обратной задачи будем искать в виде:

$$q(x, y, z, t) = \theta(t)f(x, y, z) + \omega(x, y, z, t), \quad \text{где } \theta(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau.$$

С учетом указанной замены получаем нагруженное уравнение турбулентной диффузии относительно $\omega(x, y, z, t)$. Тем самым обратная задача для источника сводится к краевой задаче для нагруженного уравнения с представлением искомой интенсивности через производную функции $\theta(t) = (\tilde{\varphi}(t) - \omega(x_0, y_0, z_0, t))/f(x_0, y_0, z_0)$.

Проведены многочисленные квазиреальные эксперименты на ряде методических задач. Построены устойчивые численные приближения к искомой интенсивности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 06-01-96643.