

Н. И. Лучникова, И. И. Голицев (Уфа, филиал ВЗФЭИ, ИМ с ВЦ УНЦ РАН). Оптимизация по критериям эффективности и риска методом условного градиента.

Пусть эффективность операции — сумма случайных величин (СВ) $Y = \sum_{i=1}^n Y_i$, где СВ Y_i зависит от управляемого параметра x_i ($i = 1, \dots, u$), а $d_i(x_i)$ — регрессионная зависимость СВ Y_i от x_i . Тогда модель эффективности суммарной операции представляется в виде аддитивной функции $d(x) = \sum_{i=1}^n d_i(x_i)$.

Предлагается метод решения задачи оптимизации по различным критериям, сочетающим эффективность и риск операции. При этом используются различные оценки риска $S(x)$, например, через среднеквадратическое отклонение случайной величины эффективности $Y(x)$, или исправленного среднеквадратического отклонения от модели, при разработке оптимальных планов на основе прогноза.

Предлагаемый подход состоит в максимизации функционала $J(\beta, x) = -d(x) + \beta S(x)$, где $\beta \geq 0$ — изменяемый параметр. При линейных ограничениях на управляемые параметры $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ для решения задачи разрабатывается метод условного градиента [1], позволяющий свести решение задачи к последовательности задач линейного программирования. Указаны критерии остановки итерационного процесса при заданной точности решения задачи. В случае квадратичных или линейных функций $d_i(x_i)$ найдены оптимальные параметры метода условного градиента.

Предлагаемый подход позволяет решать задачи по критериям максимума эффективности (минимума риска) при ограничениях на риск (эффективность), минимизации вариации риска, т. е. отношения риска к эффективности, максимизации по VAR-критерию. Последнее означает, что требуется найти решение x , при котором максимальная величина $V_p(x)$, определенная из условия $\mathbf{P}\{Y(x) \geq V_p(x)\} = p$. Другими словами, требуется найти решение, дающее максимальную эффективность, гарантированную с вероятностью p .

Применение предлагаемого метода показано на примерах оптимизации распределения ресурсов в налоговом контроле, оптимизации инвестиционных планов и портфелей ценных бумаг с учетом прогноза ожидаемой эффективности и неопределенности (риска).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев Ф. П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.