

Д. Р. Матвеева, Л. Ю. Фадеева (Набережные Челны, ИЭУиП, Казань, КГТУ). **Формула риска безубыточности инвестиционного проекта с ключевыми параметрами, распределенными по закону Вейбулла.**

В настоящем сообщении выводится явная формула риска безубыточности инвестиционного проекта, ключевые параметры которого $P^* = P - V$ (P — цена единицы продукции, V — условно-переменные затраты) и Q (объем продукции) имеют распределение Вейбулла со следующими функцией распределения $F_{P^*}(x)$ и плотностью вероятности $f_Q(x)$:

$$F_{P^*}(x) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{x}{b} \right)^\alpha \right\}, \quad 0 \leq x < \infty,$$

$$f_Q(x) = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\gamma^\alpha} \exp \left\{ - \left(\frac{x}{\gamma} \right)^\alpha \right\}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad \alpha > 0.$$

Как известно из теории финансового менеджмента, если чистый дисконтированный доход NPV проекта превосходит ноль, то проект является доходным. Таким образом, если удастся определить вероятность того, что $NPV > 0$: $\mathbf{P}\{NPV > 0\}$, то фактически будет определена и вероятность безубыточности проекта, которая позволит принять решение о его реализации или отклонении.

Итак, в работе выведена явная формула функции распределения $F(w) = \mathbf{P}\{NPV < w\} = \mathbf{P}\{Q P^* < u\}$ чистого дисконтированного дохода NPV , представимого в виде аннуитета

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{(Q P^* - F - A)(1 - T)}{(1 + r)^t} - I_0,$$

где

$$u = \frac{w + I_0}{\rho} - A + (F + A)(1 - T), \quad \rho = \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1 + r)^t}, \quad (1)$$

I_0 — инвестиции, A — амортизация, r — ставка дисконта, n — срок проекта, T — налог на прибыль, F — условно-постоянные затраты. Эти величины, в отличие от ключевых факторов P^* и Q , носят неслучайный характер.

Используя следующую известную формулу функции распределения произведения двух независимых неотрицательных случайных величин $Z = P^* Q$: $F_z(u) = \int_0^\infty F_{P^*}(u/Q) f_Q(Q) dQ$, получим:

$$\begin{aligned} F_z(u) &= \int_0^\infty \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{u}{bQ} \right)^\alpha \right\} \right] \frac{\alpha Q^{\alpha-1}}{\gamma^\alpha} \exp \left\{ - \left(\frac{Q}{\gamma} \right)^\alpha \right\} dQ \\ &= \int_0^\infty \frac{\alpha}{\gamma^\alpha} Q^{\alpha-1} \exp \left\{ - \left(\frac{Q}{\gamma} \right)^\alpha \right\} dQ \\ &\quad - \int_0^\infty \frac{\alpha}{\gamma^\alpha} Q^{\alpha-1} \exp \left\{ - \left[\left(\frac{u}{b} \right)^\alpha \frac{1}{Q^\alpha} \right] - \frac{Q^\alpha}{\gamma^\alpha} \right\} dQ = I_1 - I_2. \end{aligned}$$

Интеграл I_1 с помощью замены $y = (Q/\gamma)^\alpha$ сведется к интегралу $I_1 = \int_{-\infty}^0 e^y dy = 1$. Произведя в интеграле I_2 замену $y = Q^2$, мы сведем его к интегралу $I_2 = \gamma^{-\alpha} \int_0^\infty \exp\{-y/\gamma^\alpha - (u/b)^\alpha/y\} dy$, который является частным случаем интеграла Макдональда $I_M = \int_0^\infty z^{n-1} \exp\{-\beta/z - \varphi z\} dz = 2(\beta/\varphi)^{n/2} K_n(2\sqrt{\beta\varphi})$ при $z = y$, $\varphi = \gamma^{-\alpha}$, $\beta = (u/b)^\alpha$, $n = 1$.

Таким образом, $I_2 = 2(u/(\beta\gamma))^{\alpha/2} K_1(2(u/(\beta\gamma))^{\alpha/2})$, где $K_n(x)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода n -го порядка, значения которой протабулированы в таблицах специальных функций в разделе «Цилиндрические функции».

Итак, окончательно,

$$F(w) = \mathbf{P}\{NPV < w\} = \mathbf{P}\{Q P^* < u\} = 1 - 2\left(\frac{u}{b\gamma}\right)^{\alpha/2} K_1\left(2\left(\frac{u}{b\gamma}\right)^{\alpha/2}\right).$$

Полагая $w = 0$, получим вероятность убыточности проекта:

$$F(0) = \mathbf{P}\{NPV < 0\} = \mathbf{P}\{Q P^* < u(w = 0) = u_0\} = 1 - 2\left(\frac{u_0}{b\gamma}\right)^{\alpha/2} K_1\left(2\left(\frac{u_0}{b\gamma}\right)^{\alpha/2}\right), \quad (2)$$

где $u_0 = u(w = 0)$ находится из формулы (1). Воспользовавшись формулой (2), в работе был найден риск убыточности двух инвестиционных проектов «Производство офисной мебели» (разработчик ООО «Роза») и «Организация производства горячих брикетов для роликов подшипника» (разработчик ООО «Аметист»): $R_1 = 2,76\%$ и $R_2 = 1,736\%$ соответственно.