

О. А. Перегудова (Ульяновск, УлГУ). **О стабилизации движений неавтономных механических систем.**

Задача о влиянии структуры сил на устойчивость движения является классической задачей теории устойчивости. Для неавтономных механических систем эта задача исследовалась в работах В. Н. Кошлякова, В. М. Матросова, А. С. Андреева, А. А. Косова и других ученых. Пусть уравнения возмущенного движения механической системы имеют вид

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(t)\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \quad (1)$$

где $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^n$ — вектор обобщенных координат, кососимметричная матрица $\mathbf{G}(t) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ с непрерывными ограниченными элементами описывает гироскопические силы, действующие на систему, $\mathbf{Q}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ — функция, содержащая $\mathbf{q}$, $\dot{\mathbf{q}}$ в степени, выше первой, $\mathbf{Q}(t, \mathbf{0}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$.

Рассматривается задача о стабилизации до равномерной асимптотической устойчивости невозмущенного движения $\mathbf{q} = \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ системы (1) за счет присоединения диссипативных и неконсервативных сил.

Теорема 1. *В случае четного числа координат $n = 2k$ невозмущенное движение $\mathbf{q} = \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ системы (1) может быть стабилизировано до равномерной асимптотической устойчивости независимо от вида нелинейных сил за счет выбора произвольной диагональной матрицы диссипативных сил $b(t)\mathbf{E}$ и матрицы неконсервативных сил $\mathbf{P}$, таких, что*

$$b(t) \geq b_0 = \text{const} > 0, \quad \det \mathbf{P} \neq 0,$$

$$\mathbf{G}(t) = \mu(t)\mathbf{P}, \quad \mu(t) \geq \mu_0 = \text{const} > 0, \quad \dot{\mu}(t) \leq b(t)\mu(t) - 1.$$

На этой основе решены задачи: об устойчивом функционировании гировертикали с радиальной коррекцией в предположении, что крутизна характеристики моментных датчиков может меняться в процессе управления; о стабилизации вращательного движения спутника на эллиптической орбите; об устойчивости стационарных движений гироскопа в кардановом подвесе.

Решена также задача о стабилизации положения равновесия $\mathbf{q} = \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ потенциальной системы

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(t)\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2)$$

с непрерывной ограниченной матрицей $\mathbf{C}(t)$ за счет присоединения диссипативных $\mathbf{B}(t)\dot{\mathbf{q}}$, неконсервативных $\mathbf{P}(t)\mathbf{q}$ и гироскопических $\mathbf{G}(t)\dot{\mathbf{q}}$ сил.

Теорема 2. *При нечетном числе координат нулевое положение равновесия системы (2) можно стабилизировать до равномерной асимптотической устойчивости за счет присоединения диссипативных, гироскопических и неконсервативных сил в том случае, когда существуют такие постоянные $\varepsilon > 0$ и L , что хотя бы для одного диагонального элемента $c_{ii}(t)$ матрицы $\mathbf{C}(t)$ выполняется неравенство $\int_{t_0}^t c_{ii}(t) dt \geq \varepsilon t - L$ для любого $t \geq t_0$.*

Полученные результаты дополняют известные результаты [1], [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 08-01-00741.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агафонов С. А. Устойчивость движения неконсервативных систем и оценка области притяжения. — ПММ, 2003, т. 67, в. 2, с. 239–243.
2. Косов А. А. Об экспоненциальной устойчивости и стабилизации неавтономных механических систем с неконсервативными силами. — ПММ, 2007, т. 71, в. 3, с. 411–426.