

И. А. С а н н и к о в (Ульяновск, УлГУ). **Управляемые множественные разладки.**

В работе, представленной данным сообщением, рассматривается задача управления стохастически возмущенной системой по принципу формирования обратной связи псевдогармонического типа.

Если вводить стабилизирующие тренды (разладки) не на основе гармонического осциллятора и не на принципе переключения знаков в моменты, не зависящие от траекторий исходного процесса X_t , а в моменты, определяемые событиями пересечения пороговых уровней X_t , то процесс X_t «стабилизируется», т. е. выполнится следующее условие:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \{|X_t| > B\} = 0. \quad (1)$$

Рассмотрим стохастическую систему колебательного типа

$$\begin{cases} dX_t = \omega Y_t dt + \sigma dW_t, & X_0 = 0, \\ dY_t = -\omega X_t dt, & Y_0 = 1, \end{cases} \quad (2)$$

где W_t — стандартный винеровский процесс, заданный на стохастическом базисе [1], параметры $\omega > 0$ и $\sigma > 0$. Тогда очевидно, что для системы (2) имеет место следующее соотношение:

$$E\{X_t^2 + Y_t^2\} = 1 + \sigma^2 t \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty. \quad (2.1)$$

Если в качестве управляющего воздействия выбрать процесс, не зависящий от X_t , принимающий значения $\{+1, -1\}$ в моменты времени, определяемые скачками процесса Пуассона с интенсивностью $\lambda > 0$, то система (2) примет вид

$$\begin{cases} dX_t = \omega Y_t dt + \sigma dW_t, & X_0 = 0, \\ dY_t = -2 Y_{t-} d\pi_t, & Y_0 = 1, \end{cases} \quad (3)$$

и для нее выполняется соотношение

$$E\{X_t^2\} = \left(\sigma^2 + \frac{\omega}{\lambda}\right)t \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty. \quad (3.1)$$

Следовательно, процесс X_t , как в случае (2), так и (3) (в соответствии с (2.1) и (3.1)) является расходящимся при $t \rightarrow \infty$, и условие (1) не выполняется. Для получения распределения процесса X_t , удовлетворяющего условию (1), рассмотрим процесс γ_t , принимающий значения $\{+1, -1\}$ в случайные моменты времени, определяемые «пороговыми» значениями процесса X_t по принципу «переключения» при выходе за пределы интервала значений $[-1, +1]$: $\tau_0 = 0$, при $k \geq 0$: $\tau_{2k+1} = \inf\{t: t > \tau_{2k}, X_t = 1\}$, $\tau_{2k+2} = \inf\{t: t > \tau_{2k+1}, X_t = -1\}$, и $\{\tau_i\}_{i \geq 1}$ образуют моменты скачков точечного процесса $\gamma_t = \sum_{i=1}^{\infty} I\{\tau_i \leq t\}$, который и определяет поведение процесса телеграфного типа Y_t , являющегося «стабилизирующей» обратной связью псевдогармонического типа:

$$\begin{cases} dX_t = \omega Y_t dt + \sigma dW_t, & X_0 = 0, \\ dY_t = -2 Y_{t-} d\gamma_t, & Y_0 = 1. \end{cases} \quad (4)$$

Утверждение. Для процесса X_t в системе (4) справедливо

$$E\{X_t^2\} = -4 \int_0^t E\{\gamma_s\} ds + \sigma^2 t + \omega t^2,$$

и процесс X_t удовлетворяет соотношению (1).

Автор признателен профессору А. А. Бутову за внимание к работе.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект № 06-01-00338а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н.* Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1974.