

Г. Ф. Сафина (Нефтекамск, Нефтекамский филиал БашГУ). **Влияние упругих закреплений цилиндрической оболочки на спектр частот ее осесимметричных колебаний.**

Исследование влияния коэффициентов относительной жесткости упругих закреплений цилиндрической оболочки на спектр частот ее осесимметричных колебаний является актуальным в связи с необходимостью решений задач акустической диагностики трубопроводов и виброзащиты топливных систем.

Целью работы, представленной в данном сообщении, является исследование влияния упругих закреплений цилиндрической оболочки на собственные частоты ее осесимметричных колебаний и определение закреплений оболочки по собственным частотам колебаний в зависимости от изменений коэффициентов относительной жесткости упругих закреплений.

Дифференциальное уравнение осесимметричных колебаний круговой цилиндрической оболочки известно [1] и имеет вид:

$$y^{IV}(x) - \lambda^4 y(x) = 0. \quad (1)$$

Здесь λ — собственное значение задачи, зависящее от частоты свободных осесимметричных колебаний [1] ω .

Для оболочки, свободно опертой на упругие в своих плоскостях и абсолютно податливые вдоль оси оболочки круговые ребра, имеем следующие краевые условия

$$\begin{aligned} U_1 = y''(0) = 0; \quad U_2 = y'''(0) + B_0 l^{-3} y(0) = 0; \\ U_3 = y''(l) = 0; \quad U_4 = y'''(l) - B_l l^{-3} y(l) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где B — относительная жесткость ребер, причем в сечении $x = 0$ имеем B_0 , в сечении $x = l$ — B_l .

Поскольку $\lambda^4 > 0$, то при двух мнимых и двух действительных корнях характеристического уравнения общее решение уравнения (1) можно представить в виде

$$y(x) = C_1 \operatorname{ch} \lambda x + C_2 \cos \lambda x + C_3 \operatorname{sh} \lambda x + C_4 \sin \lambda x, \quad (3)$$

где C_i — произвольные постоянные, зависящие от краевых условий.

Подставляя решение (3) в краевые условия (2) получим систему однородных уравнений, приравнявая характеристический определитель которой имеем следующее частотное уравнение

$$\alpha^6 (1 - \operatorname{ch} \alpha \cos \alpha) + \alpha^3 (B_0 + B_l) (\operatorname{sh} \alpha \cos \alpha - \operatorname{ch} \alpha \sin \alpha) + 2 B_0 B_l \operatorname{sh} \alpha \sin \alpha = 0. \quad (4)$$

Здесь $\alpha = \lambda l$ — безразмерный параметр, зависящий от вида решения дифференциального уравнения и краевых условий. Из уравнения (4) при определенных значениях коэффициентов B_0 и B_l относительной жесткости упругих закреплений оболочки можно определять значения собственных частот ее осесимметричных колебаний.

По результатам решения прямой задачи с дифференциальным уравнением (1) и краевыми условиями (2) нами установлено, что при увеличении коэффициентов B_0 и B_l относительной жесткости краевых ребер оболочки значения собственных частот ее осесимметричных колебаний также увеличиваются.

Проведены вычисления собственных значений λ_k при увеличении коэффициента относительной жесткости закрепления на одном конце трубы и фиксированном значении коэффициента на другом его конце.

Увеличение собственных значений λ_k задачи (1), (2) говорит о соответствующем увеличении и первых значений ω_k спектра частот осесимметричных колебаний оболочки. Показано, что такое изменение касается не только первых собственных

значений λ_k (а следовательно и ω_k) рассматриваемой задачи, но и всего спектра частот колебаний трубы.

Аналогичная зависимость между величинами относительной жесткости и соответствующими собственными значениями спектральной задачи получена при одновременном изменении коэффициентов относительной жесткости краевых ребер оболочки.

Проведенное исследование влияния краевых условий на значения собственных частот колебаний оболочки важно для сохранения заданного диапазона частот ее колебаний. Последняя же проблема разрешима при решении обратной задачи к данной прямой задаче, метод решения которой рассмотрен нами в работах [2, 3]. Рассмотрены примеры, показывающие возможность сохранения спектра частот с помощью необходимых изменений в коэффициентах относительной жесткости упругих закреплений оболочки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антоенко Э. В. Свободные колебания и устойчивость оболочек с упругими краевыми ребрами. — Прикладная механика, 1975, т. 11, в. 6.
2. Ахтямов А. М., Сафина Г. Ф. Диагностирование относительной жесткости упругих краевых ребер цилиндрической оболочки. — Техническая акустика, 2004, № 19.
3. Сафина Г. Ф. Определение относительной жесткости упругих краевых ребер цилиндрической оболочки по двум частотам ее осесимметричных колебаний. — В сб.: Труды IV региональной школы-конференции для студентов, аспирантов и молодых ученых по математике и физике. Уфа: 2004.