

О. А. Сердюк, В. М. Трояновский (Москва, Зеленоград, М-ГИЭТ (ТУ)). **Нормализующее действие операции свертки в задачах статистики и управления.**

Правомерность применения гипотезы о нормальном распределении сигнала базируется на применении центральной предельной теоремы. На практике неограниченное число слагаемых получить невозможно, и, тем не менее, стремление распределения суммы слагаемых к нормальному распределению отчетливо проявляется уже при относительно небольшом числе слагаемых.

В работе [1] показано, как при сложении 2-х, 3-х, ..., 5-ти чисел закон распределения для их суммы приближается к нормальному, и получено аналитическое выражение для композиционного закона во всех этих случаях. Как известно [2], вывод композиционных распределений опирается на использование уравнения свертки. В то же время известно [1], что при последовательном соединении линейных динамических звеньев их эквивалентная весовая функция также определяется через уравнение свертки. Указанная параллель позволяет предположить, что предельной формой эквивалентной весовой функции при соединении звеньев также является гауссова кривая. Это предположение было проверено путем вычисления эквивалентной весовой функции для последовательного соединения 2-х, 3-х, ..., 9-ти одинаковых звеньев, каждое из которых описывает линейное динамическое звено первого порядка.

Получено аналитическое выражение для соединения n таких звеньев в виде:

$$h_n(t) = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!T^n} e^{-\frac{t}{T}}.$$

Результаты моделирования, представленные в докладе, показывают.

1. Эквивалентная весовая функция при последовательном соединении звеньев достаточно быстро стремиться к нормальной кривой.

2. Если исходная случайная величина или эквивалентная ей характеристика динамического звена является симметричной, то распределение для суммы сходится к гауссову распределению быстрее, чем для несимметричного исходного распределения.

3. Применительно к задачам автоматического управления, где выходной сигнал определяется сверткой входного сигнала и весовой функции линейного динамического звена, распределение входного сигнала практически всегда все более приближается к нормальному, а если входной сигнал и/или весовая функция априори имеют нормальное распределение, то выходной сигнал будет иметь также нормальное распределение (как результат линейной операции над случайной величиной, имеющей нормальное распределение).

Отдельно следует отметить, что законы распределения случайных величин характеризуют параметры множества, гипотетически состоящего из бесконечного числа элементов. На практике исследователь всегда имеет дело с ограниченной выборкой данных, в силу чего доступны лишь оценки этих характеристик (например, в виде гистограмм).

В силу ограниченного интервала наблюдения эти оценки всегда имеют заметные статистические флуктуации, что является одним из проявлений тонких различий при усреднении по множеству и вдоль реализации [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трояновский В. М.* Информационно-управляющие системы и прикладная теория случайных процессов: Учебное пособие. М.: Гелиос АРВ, 2004, 304 с.
2. *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1991, 248 с.
3. *Трояновский В. М.* Особенности усреднения по множеству и по времени в задачах анализа и синтеза информационно-управляющих систем. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 3, с. 567–568.